# IL REGIME DELLE PRECIPITAZIONI INTENSE SUL TERRITORIO DELLA LOMBARDIA

## Modello di Previsione Statistica delle Precipitazioni di Forte Intensità e Breve Durata


a cura di

Carlo De Michele, Renzo Rosso & Maria Cristina Rulli

DIIAR-CIMI, Politecnico di Milano


Contratto di consulenza per lo svolgimento di un programma di indagine inerente il regime delle precipitazioni intense sul territorio della Lombardia e la sua modellazione probabilistica

**Relazione Finale**

**Febbraio 2005**

Milano, Febbraio 2005

## *Indice*

**Premessa** ..... **5**

**1. Introduzione** ..... **7**

**2. Linee Segnalatrici di Probabilità Pluviometrica** ..... **9**

2.1. Definizioni:Intensità, durata e frequenza delle precipitazioni ..... 9

2.2. I dati di precipitazione massima annuale ..... 11

2.3. I modelli empirici ..... 12

2.4. Il modello scala invariante con le durate ..... 13

2.5. La distribuzione di probabilità della altezza di precipitazione massima annuale normalizzata ..... 16

*Generalità* ..... *16*

*Legge di Gumbel o del Valore Estremo di I tipo* ..... *17*

*Distribuzione di Gibrat-Galton o lognormale* ..... *17*

*Distribuzione generalizzata del valore etsremo o GEV* ..... *17*

2.6. La dissipazione statistica ..... 18

*Generalità* ..... *18*

*Distribuzione di Gibrat-Galton o lognormale* ..... *19*

2.7. La stima dei parametri ..... 20

*Metodo dei quantili regolarizzati* ..... *20*

*Modello scala-invariante* ..... *20*

*Stima del modello dissipativo* ..... *23*

2.8. Modello di valutazione delle Linee Segnalatrici di Probabilità Pluviometrica nei siti con sufficienti dati pluviometrici ..... 23

2.9. Valutazione delle Linee Segnalatrici di Probabilità Pluviometrica in siti privi di Osservazioni Pluviometriche ..... 24

*Criteri di estrapolazione spaziale* ..... *24*

*Estrapolazione geostatistica* ..... *24*

Generalità ..... 24

Correlazione spaziale delle piogge ..... 25

Stazionarietà ..... 26

Isotropia ..... 27

Ergodicità ..... 27

*La funzione di semivariogramma* ..... *27*

Funzioni di semivariogramma teorico ..... 27

Identificazione del semivariogramma ..... 28

Principali effetti di disturbo nel semivariogramma ..... 29

Il semivariogramma empirico ..... 30

Validazione del variogramma ..... 31

Applicazione ai campi di pioggia ..... 32

Applicazione alle linee segnalatrici di probabilità pluviometrica ..... 33

**3. Variabilità Locale delle Precipitazioni Intense in Lombardia ..... 34**

3.1. Inquadramento dell'area di studio ..... 34

3.2. Stazioni pluviometriche considerate e i dati pluviometrici estratti ..... 34

*Le stazioni dotate di pluviometri registratori ..... 35*

*Le stazioni dotate di pluviometri totalizzatori ..... 36*

*Le stazioni pluviometriche considerate nello studio ..... 36*

3.3. Stime dei parametri delle linee segnalatrici in siti strumentati con riferimento al territorio lombardo ..... 41

*Verifica dell'ioptesi di autosomiglianza statistica della precipitazione con la durata ..... 41*

*Stima dei parametri del modello scala invariante ..... 45*

**4. La valutazione delle LSPP in siti privi di misure con riferimento al territorio lombardo ..... 49**

4.2. Spazializzazione dei parametri della LSPP per precipitazioni di durata compresa tra 1 e 5 giorni ..... 58

**5. Ragguaglio della Precipitazione all'Area di un Bacino ..... 63**

5.1. Attenuazione dei nubifragi ..... 63

5.2. Leggi empiriche di riduzione ..... 63

5.3. Modello auto-affine ..... 66

**6. Conclusioni e sviluppi futuri ..... 71**

**7. Riferimenti Bibliografici ..... 72**

# Premessa

Questa relazione viene resa in seguito all'incarico di consulenza tecnico-scientifica, contrattualmente esecutivo dal 1 Dicembre 2004, nell'ambito del progetto SHAKEUP-2 in tema di *REGIME DELLE PRECIPITAZIONI INTENSE SUL TERRITORIO DELLA LOMBARDIA* e di modellazione probabilistica ai fini della previsione statistica delle precipitazioni di forte intensità e breve durata, affidato dall'ARPA Lombardia al DIIAR (Dipartimento di Ingegneria Idraulica, Ambientale, infrastrutture viarie e Rilevamento) del Politecnico di Milano sotto la responsabilità scientifica del Prof. Ing. Renzo Rosso, responsabile della Sezione CIMI (Costruzioni Idrauliche e Marittime e Idrologia).

Nell'ambito di questo progetto, sviluppato dalla stessa ARPA Lombardia, il Prof. Ing. Renzo Rosso e i suoi collaboratori sono stati incaricati di formulare i criteri e i metodi per la caratterizzazione idrologica del regime pluviale in Lombardia sviluppando, in particolare, la parametrizzazione della LSPP (linea segnalatrice di probabilità pluviometrica) per ogni sito stazione e per ogni punto griglia del territorio della Lombardia secondo il modello probabilistico GEV (Generalized Extreme Value) scala-invariante.

I risultati della consulenza tecnico scientifica sono individuati nel modello sviluppato, che consente la valutazione dell'altezza (o del tasso medio) di precipitazione temibile al variare della durata temporale (compresa tra 1 e 24 ore e tra 1 e 5 giorni) con qualsivoglia periodo di ritorno (compreso indicativamente tra 2 e 200 anni).

Il modello proposto, di tipo scala invariante, è stato identificato, controllato, tarato e validato in base ai dati della rete pluviometrica della Lombardia; ed è stato quindi spazializzato all'intera regione tramite tecniche di estrapolazione geostatistica.

Ulteriori risultati dell'attività svolta riguardano la valutazione delle caratteristiche spazio-temporali delle piogge intense, ai fini della parametrizzazione di un modello auto-affine per la stima delle LSPPA (linea segnalatrice di probabilità pluviometrica areale).

A conclusione della consulenza tecnico scientifica il prof. Renzo Rosso redige, con la collaborazione dell'Ing. Carlo De Michele e l'Ing. Maria Cristina Rulli, ricercatori nel CIMI-DIIAR del Politecnico di Milano, la presente dettagliata relazione dell'attività, presentando qui, in forma testuale i risultati del programma della consulenza tecnico scientifica e allegando su supporto CD la documentazione analitica prodotta nell'ambito del progetto stesso.

Il primo Capitolo inquadra il problema della previsione statistica delle piogge di forte intensità e breve durata, mentre nel secondo Capitolo viene sviluppata e discussa l'impostazione probabilistica per la identificazione del modello idoneo a produrre risultati robusti e consistenti ai fini previsionali, in base alla quale il modello GEV scala invariante emerge quale strumento di sintesi adatto a questo tipo di applicazioni, sia per i siti strumentati, sia per l'estrapolazione delle previsioni all'intera area regionale. Nel terzo Capitolo vengono riportate le elaborazioni e i risultati dell'applicazione del modello ai dati storici della rete pluviometrica lombarda, mentre il quarto Capitolo tratta l'aspetto della variabilità spaziale delle piogge intense e la valutazione nei siti privi di misure di riferimento. Il quinto Capitolo tratta la formulazione delle LSSPA e la loro stima a scala di bacino e regionale. Nel sesto Capitolo si riportano infine, assieme alle conclusioni, alcuni spunti per un ulteriore approfondimento di questa tematica, di fondamentale importanza sia ai fini della difesa del suolo e della gestione delle risorse idriche, sia ai fini della caratterizzazione climatica del territorio lombardo.

# 1. Introduzione

In diversi campi dell'idrologia la *previsione quantitativa delle piogge intense*, che vengono a rovesciarsi su una data località durante un nubifragio, riveste una importanza fondamentale. Nel settore delle infrastrutture territoriali, per esempio, la progettazione di reti di drenaggio, sia in ambiente urbano che rurale, richiede una valutazione accurata delle piogge da smaltire, poiché stime approssimative o, peggio, errate delle piogge di progetto compromettono la funzionalità delle opere progettate. Le sollecitazioni dovute alle precipitazioni meteoriche più intense sono un dato essenziale anche per studiare gli interventi di difesa e conservazione del suolo, per progettare le opere idrauliche e, più in generale, tutti i manufatti soggetti, in modo diretto o indiretto, all'azione meteorica. Poiché i nubifragi forniscono la principale sollecitazione idrometeorologica sul territorio, la loro previsione è un requisito essenziale per valutare il rischio idrologico e geologico, sia dal punto di vista strettamente alluvionale, sia per quanto riguarda la stabilità dei versanti e l'erosione superficiale.

Le previsioni dei nubifragi vengono condotte valutando la sollecitazione meteorica temibile con assegnata frequenza, prefissata dal progettista, utilizzando una impostazione probabilistica o, meglio, stocastica. Infatti, la conoscenza del fenomeno delle precipitazioni, nel suo complesso, e dei processi fisici di natura deterministica, che ne controllano la genesi e la dinamica, risulta tuttora abbastanza frammentaria e di limitata applicabilità, almeno in campo tecnico. Basti pensare alle incertezze con cui le previsioni meteorologiche, pur sostanzialmente migliorate negli ultimi anni, rispondono a quesiti quali: se, dove, quando, fino a quanto e, soprattutto, quanto pioverà. A maggior ragione, sono poco noti, dal punto di vista quantitativo, i meccanismi specifici che controllano la formazione e la dinamica dei rovesci di elevata entità. Nella previsione delle piogge intense riveste, quindi, un ruolo fondamentale la descrizione probabilistica del processo in esame e bisogna, di conseguenza, studiarne le proprietà statistiche, quali emergono dalle osservazioni sperimentali.

La *previsione statistica* dei nubifragi comporta, in prima istanza, l'analisi del comportamento locale della pioggia nel tempo in termini globali. Analizzare il *comportamento locale* significa studiare il fenomeno in un punto dello spazio. Se questo punto corrisponde alla localizzazione di una stazione di misura pluviometrica dotata di una serie di osservazioni sufficientemente lunga, l'analisi si basa sulla elaborazione statistica di tale serie. In caso contrario, l'informazione ottenuta dalle osservazioni nelle stazioni della *rete pluviometrica* viene estrapolata nello spazio al fine di fornire indicazioni sul sito in esame. Analizzare il *comportamento globale* del nubifragio significa valutare l'afflusso idrico complessivamente rovesciato sul sito esaminato, durante un certo lasso di tempo, indipendentemente dalla variabilità del fenomeno stesso all'interno di questo intervallo temporale. Poiché il tasso di precipitazione varia

nel tempo in modo assai marcato, l'afflusso idrico rilasciato dal nubifragio, in termini di volume specifico o di tasso medio della precipitazione, varia notevolmente con la lunghezza dell'intervallo temporale considerato e bisogna quindi studiare la natura di tale variabilità. Le linee segnalatrici di probabilità pluviometrica forniscono una risposta a questa necessità. La loro definizione e i relativi metodi di valutazione sono descritti in dettaglio nel Capitolo successivo.

# 2. Linee Segnalatrici di Probabilità Pluviometrica

## 2.1. Definizioni:Intensità, durata e frequenza delle precipitazioni

L'intensità $X$ di una precipitazione in un punto dello spazio corrisponde al relativo tasso di precipitazione, ovvero al volume idrico per unità di tempo e per unità di superficie rilasciato dal nubifragio in quel punto. La grandezza $X$ ha quindi le dimensioni di una velocità, vale a dire $[X]$=L/T, dove con $[\cdot]$ viene indicato l'operatore che porge la dimensione dell'argomento, con L la dimensione lineare e con T quella temporale. Questa grandezza varia notevolmente nel corso del tempo e può quindi essere descritta come un *processo stocastico continuo*, che indichiamo con il simbolo $X(t)$, dove il simbolo $t$ indica appunto il parametro temporale del processo.

L'altezza di pioggia caduta in un prefissato intervallo di tempo, di lunghezza $D$, si ottiene integrando il processo stocastico $X(t)$. Operando nel continuo, si ottiene

$$Z(t,D) = \int_{t-D/2}^{t+D/2} X(\xi)d\xi \tag{1}$$

che rappresenta il processo integrale con le dimensioni di un volume specifico (volume per unità di superficie), ossia con $[Z]$=L. Per esempio, la pioggia cumulata a scala oraria in un certo istante corrisponde al valore di $Z(t,D)$ calcolato per un intervallo $D$ pari a 1 ora e valutato nel tempo $t$ misurato a partire da una prefissata origine dei tempi. Quindi, il processo $Z(t,D)$ risulta ancora un processo continuo e non va confuso con l'eventuale sequenza discretizzata che si ottiene, per esempio, qualora i dati di pioggia provengano da un pluviometro totalizzatore, le cui osservazioni siano raccolte a orari prefissati (per esempio, a ogni ora di ogni giorno ovvero a una certa ora di ogni giorno) ovvero il dato registrato sia stato campionato su una griglia di tempi prefissati (per esempio, dati orari o giornalieri). Questo problema di campionamento viene meglio precisato più avanti, dove sono discussi i limiti dei dati pluviometrici che sono resi reperibili in forma pubblicata.

Dal momento che l'interesse verte sui rovesci di pioggia più intensi, bisogna studiare, in senso probabilistico, le proprietà dei valori estremi del processo $Z_D(t)$. La probabilità che il valore massimo di $Z(t,D)$ non superi una certa altezza di pioggia $h$ durante un intervallo di tempo $(0,\Delta\tau]$,

$$F(h) = \Pr\left[\operatorname*{Max}_{0<t\le\Delta\tau} Z(t,D) \le h\right] \ , \tag{2}$$

caratterizza le sollecitazioni meteoriche intense nel sito in esame, per l'assegnata *durata* $D$, durante il periodo omogeneo di riferimento di lunghezza $\Delta\tau$. La (2) stabilisce una relazione, del tutto generale, fra l'altezza di pioggia $h$, la durata $D$, e la probabilità di non superamento $F$, nel periodo di riferimento considerato. Il quantile $F$-esimo, $h_F$,

porge il valore dell'altezza di pioggia, che viene superato con una frequenza pari a 1-$F$[1]. Poiché $Z$(t, $D$) dipende da $D$, $h_F$ varia con la durata $D$ presa in esame. Quando viene prefissato un certo valore di frequenza $F$, la relazione tra $h_F$ e $D$ descrive la crescita dell'altezza di pioggia temibile al crescere della durata. Questa relazione viene descritta da una curva sul piano ($D$, $h$) che prende comunemente il nome di *linea segnalatrice di probabilità pluviometrica*, in quanto essa segnala il valore di altezza di pioggia, rilasciabile da un nubifragio in un intervallo di tempo $D$, che può venire superato con probabilità 1-$F$.

In pratica, quale periodo omogeneo di riferimento si considera generalmente l'anno ($\Delta\tau$ = 1 anno) e la probabilità $F$ viene surrogata dal *periodo di ritorno T*, definito come

$$T = 1 / [1 - F] \tag{3}$$

e misurato in anni. Questa grandezza corrisponde al valore atteso (media) del periodo di tempo tra due successivi nubifragi in grado di rovesciare un'altezza di pioggia superiore a $h_F$ in una durata temporale pari a $D$. Sostituendo $T$ ad $F$ nella (2) si ottiene

$$\frac{1}{T} = \Pr\left[\underset{0<t\leq\Delta\tau=1\text{anno}}{\text{Max}} Z(t,D) > h\right], \tag{4}$$

la quale porge, in forma implicita, il valore di altezza di pioggia $h$ che, in una durata pari a $D$, può rovesciarsi con un periodo di ritorno pari a $T$. Quando viene prefissato un valore di $T$, generalmente in base a considerazioni di rischio, la (4) porge la curva di crescita dell'altezza di pioggia temibile al crescere della durata, che indichiamo con la notazione $h_T(D)$. La curva $h_T(D)$ sul piano ($D$, $h$) viene denominata *linea segnalatrice T—ennale* di probabilità pluviometrica e costituisce il cardine della progettazione dei sistemi soggetti alla sollecitazione delle piogge intense[2].

Tenendo conto che il processo generatore $X(t)$ assume valori positivi o nulli, si constata immediatamente la convessità della curva $h_T(D)$. Infatti, la ricerca del massimo del processo integrale, $Z(t,D)$, fa sì che, a parità di frequenza, il tasso di precipitazione diminuisca con la durata di integrazione e la pioggia cumulata aumenti a un tasso progressivamente decrescente con la durata stessa. Soltanto nel caso, affatto ipotetico, di una pioggia costante, che si protragga indefinitamente nel tempo, $dh/dD$ sarebbe costante e $h$ crescerebbe linearmente con $D$, mentre in tutti gli altri casi $dh/dD$ decresce con $D$ e, quindi, $d^2h/d^2D<0$. Questa condizione facilita la ricerca della curva di crescita di $h$ con $D$ per una specifica frequenza o periodo di ritorno.

Il rapporto $h/D$ porge l'intensità media $\langle i \rangle$ della pioggia rovesciata da un nubifragio in una durata pari a $T$. Poiché $\langle i \rangle$ rappresenta il tasso medio dell'afflusso meteorico che

---

[1] Si definisce quantile $F$-esimo di una variabile aleatoria continua $H$ il valore $h_F$ che $H$ assume con una probabilità di superamento pari a 1-$F$, vale a dire $\Pr[H \leq h_F] = F$.

[2] La metodologia può venire estesa al caso ciclo stazionario, in cui vengano, per esempio, considerate separatamente le diverse stagioni. Infatti, se $\Delta\tau$ rappresenta un periodo climatico omogeneo (per esempio, una certa stagione pluviale) la (4) fornisce la linea segnalatrice $T$—ennale stagionale o mensile, mentre la linea segnalatrice $T$—ennale complessiva si trova risolvendo il problema di massimo dei massimi stagionali. In questo caso, la distribuzione di probabilità $F(h)$ assume la forma di una mistura di distribuzioni (cfr. *Todorovich & Rousselle*, 1971).

sollecita il terreno, molte applicazioni impiegano la grandezza $\langle i \rangle$ in luogo di $h$ e le linee segnalatrici vengono perciò tracciate sul piano $(D,\langle i \rangle)$. Studiare il comportamento delle curve $\langle i \rangle_T(D)$ è perfettamente equivalente a studiare quello delle curve $h_T(D)$, poiché le prime si ottengono riscalando le seconde di un fattore $1/D$, ossia

$$\langle i \rangle_T(D) = h_T(D) / D. \tag{5}$$

Per via della convessità di $h_T(D)$, $\langle i \rangle_T(D)$ è una funzione concava.

## 2.2. I dati di precipitazione massima annuale

In virtù delle definizioni precedenti, la determinazione delle linee segnalatrici richiede una preliminare elaborazione degli ietogrammi registrati dalla stazione pluviografica in esame. In base alle registrazioni continue del processo $X(t)$ va ricostruito un campione di osservazioni sperimentali della variabile aleatoria

$$H(D) = \underset{0<t\leq\Delta\tau}{\mathrm{Max}} Z(t,D), \tag{6}$$

per ogni valore di durata $D$ di interesse tecnico: si ottiene in tal modo una serie di altezze di pioggia massime per ogni diversa durata di integrazione presa in esame. Lo schema di campionamento per determinare il valore massimo consiste nello scorrimento di una finestra mobile di lunghezza $T$ sull'asse dei tempi dello ietogramma sperimentale $X(t)$, con $0<t\leq\Delta\tau$, si determina così la serie integrale $Z(t,D)$, il cui massimo porge la realizzazione di $H(D)$ nel periodo considerato di lunghezza $\Delta\tau$. In pratica, viene preso in considerazione un certo numero $n_D$ di durate diverse, $D_k$ con $k$=1,..., $n_D$, e i dati ottenuti dall'analisi di più periodi (anni) di registrazione vengono organizzati in una forma matriciale del tipo $[h_{ik}]$, dove ogni elemento $h_{ik}$ corrisponde alla massima altezza di pioggia osservata nell'anno $i$-esimo in relazione alla $k$-esima durata presa in considerazione (v. Tabella 1).

*Tabella 1* - Valori di altezza di pioggia massima annuale, $H(D)$ in mm osservati nella stazione di Bormio, per durate comprese tra 1 e 24 ore consecutive.

| | Durata, *D,* in ore | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *Anno* | *1* | *3* | *6* | *12* | *24* |
| *1933* | 11.5 | 20.5 | 25.5 | 48.3 | 70.5 |
| ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| *2001* | 12.6 | 23.2 | 26.8 | 38 | 59 |

Gli annali idrologici , editi a cura dei servizi di monitoraggio ambientale, riportano generalmente le serie dei dati di altezza massima di pioggia per un congruo numero di durate inferiori al giorno, e per più giorni consecutivi. Per esempio, degli Annali Idrologici del Servizio Idrografico e Mareografico Italiano riportano nella Parte I, per ogni stazione pluviografica, le massime altezze di pioggia caduta in 1, 3, 6, 12 e 24 ore consecutive; essi riportano anche i massimi da 1 a 5 giorni consecutivi, un dato però

riferito a rilevazioni a passo fisso (dalle ore 9 alle 9 del giorno successivo) e quindi non perfettamente coerente con lo schema a finestra mobile proprio dei primi.

Nel caso in cui le durate riportate dagli annali non forniscano un'informazione sufficiente agli scopi progettuali (per esempio, siano necessari dati di pioggia per durate molto brevi) si deve fare ricorso alla lettura diretta delle registrazioni. L'operazione è naturalmente agevolata dalla disponibilità dei dati in forma digitale, così come vengono registrati dalle moderne stazioni idrometeorologiche, sempre che le procedure di campionamento e archiviazione mantengano un sufficiente dettaglio temporale. Per l'elaborazione dei dati storici è però quasi sempre necessario ricorrere ai diagrammi originali, la cui lettura può essere comunque condotta in modo automatico, eliminando in tal modo le fonti di errore soggettivo da parte dell'operatore (cfr. *Federici & Rosso*, 1984). In ogni modo, l'elaborazione delle strisce pluviografiche può essere ovviamente limitata, ai fini della caratterizzazione delle piogge intense, all'analisi dei nubifragi salienti in ogni anno di registrazione.

## 2.3. I modelli empirici

Nella tradizionale pratica idrologica si assume che, indipendentemente dalla durata presa in esame, la (2) sia rappresentabile da un determinato modello probabilistico. La distribuzione di probabilità $F(h)$ viene perciò rappresentata da una funzione parametrica $F(h; \Omega_h(D))$ invariante con la durata, dove l'insieme dei parametri $\Omega_h(D)$ dipende dalla durata considerata. Questa ipotesi vale di norma per un certo campo di valori di durata $D_{\inf} \leq D \leq D_{\sup}$, la cui ampiezza dipende delle caratteristiche intrinseche di fluttuazione del processo generatore $X(t)$. Di conseguenza, tale ipotesi va verificata statisticamente per le durate di interesse, ossia per l'insieme delle durate $D_1, D_2,..., D_k$ prese in esame. La distribuzione parametrica $F(h; \Omega_h(D))$ viene particolarizzata stimando il valore dei parametri a partire dalle osservazioni sperimentali della variabile aleatoria $H(D)$, ossia in base alla matrice delle osservazioni $[h_{ik}]$. Questa operazione viene condotta separatamente per ogni durata $D_k$ esaminata, ottenendo così una stima $\hat{\Omega}_h(D_k)$ dell'insieme dei parametri per ogni $k$-esima durata presa in esame.

Per un assegnato valore $T$ del periodo di ritorno, invertendo la $F(h; \hat{\Omega}_h(D_k))$ si determina il quantile $\hat{h}_T(D_k)$, che porge la previsione $T$—ennale per la durata $D_k$ considerata, e questa procedura viene iterata per ognuna delle diverse durate prese in esame. Tramite l'interpolazione delle previsioni $\hat{h}_T(D_k)$ si ottiene quindi una relazione empirica tra i valori di $h$ e $D$, che corrisponde alla curva di crescita dell'afflusso meteorico di progetto con la durata, $h_T(D)$. Questa procedura viene denominata *metodo dei quantili regolarizzati*, poiché si basa sulla regolarizzazione delle previsioni, a diversa durata, relative a uno specifico quantile.

In Italia, come in altri paesi europei, la curva di crescita a $T$ assegnato sul piano $(D, h)$ viene usualmente interpolata con una legge di potenza del tipo

$$h_T(D) = a_T D^{\nu_T} . \tag{7}$$

Con la procedura sopra descritta, i parametri $a_T$ e $\nu_T$ dipendono dallo specifico quantile preso in esame, ossia dal periodo di ritorno $R$ considerato. La regolarizzazione tramite la (7) viene condotta tramite la regressione dei valori stimati dei quantili $h_T(D_k)$ sulle diverse durate $D_k$ ($k = 1,...., n_D$) prese in esame, adattando generalmente uno schema lineare alle trasformazioni logaritmiche[3]. Quando si considerano, per esempio, le piogge intense riportate dagli Annali Idrologici del Servizio Idrografico e Mareografico Italiano, si possono analizzate le massime altezze di pioggia caduta in 1, 3, 6, 12 e 24 ore consecutive, ossia per $n_D = 5$ diverse durate. Poiché l'insieme dei parametri $\Omega_h(D)$ della $F(h, \Omega_h(D))$ va stimato per ognuna delle 5 durate disponibili, è necessario stimare $n_D \times \#(\Omega_h)$ ossia $5 \times \#(\Omega_h)$ parametri; altri due parametri, ossia $a_T$ e $\nu_T$, vanno stimati per regolarizzare la curva di crescita. Questa procedura comporta quindi la stima di un totale di $2 + 5 \times \#(\Omega_h)$ parametri [4].

Numerose esperienze indicano come la dipendenza dell'esponente $\nu_T$ della (7) dal periodo di ritorno $T$ risulti modesta. Si è anche notato come l'invarianza di $\nu_T$ rispetto a $T$ corrisponda all'invarianza del coefficiente di variazione di $H(D)$ rispetto alla durata, almeno per alcune distribuzioni di uso comune, quali la distribuzione lognormale e la distribuzione di Gumbel. Talvolta, questa proprietà risulta statisticamente rigettabile se si considera un campo di durate troppo ampio[5]. In questi casi si suddivide tale campo in due o più intervalli, nei quali l'ipotesi di $\nu_T$ costante non si venga statisticamente rigettata.

## 2.4. Il modello scala invariante con le durate

La legge di potenza (7) era già stata introdotta dalle prime analisi quantitative dei nubifragi, che erano state condotte, seguendo un'impostazione puramente deterministica, a cavallo tra il diciannovesimo e il ventesimo secolo.

In virtù di questi studi si era potuto stabilire come, in linea di massima, i nubifragi fossero caratterizzati dalla proprietà fisica

$$\frac{Z(t, \lambda D)}{Z(t, D)} = \lambda^n , \tag{8}$$

nota come *invarianza di scala*[6],dove $\lambda$ rappresenta un fattore di scala e $n$ un esponente caratteristico del sito esaminato. Nel Capitolo II del testo di *Supino* [1964] viene

[3] Poiché la (7) si può scrivere come $\ln h_T(D) = \ln a_T + \nu_T \ln D$, basta operare una regressione lineare dei valori di $\ln h_T(D_k)$ su quelli di $\ln D_k$.

[4] Con $\#(\Omega_h)$ si indica il numero degli elementi dell'insieme $\Omega_h$. In pratica, se si utilizza una distribuzione a 2 parametri, per esempio, la legge di Gumbel o la lognormale, $\#(\Omega_h)=2$ e vanno stimati 12 parametri quando interessa un solo periodo di ritorno; ed, eventualmente, ulteriori 2 parametri per ogni altro periodo di ritorno di interesse.

[5] Questo effetto viene bene evidenziato, per esempio, da *Moisello* [1976] per le piogge di Milano, dove egli mostra come esponenti più elevati siano necessari a spiegare la variabilità delle piogge molto brevi (inferiori ai 20÷45 minuti).

[6] Cfr. *Feder* (1988) p.26.

riportata, per esempio, una ricca collezione di eventi "storici" interpretabili secondo questo schema; e pure si mostra come tale proprietà risulti sostanzialmente ancora verificata quando si prendano in esame i *casi critici*, vale a dire i massimi relativi delle osservazioni sperimentali di pioggia ottenuti da eventi anche diversi[7]. In termini probabilistici, la (8) implica

$$Z(t,\lambda D) \sim \lambda^n Z(t,D) \,, \tag{9}$$

dove il simbolo ~ indica l'uguaglianza in distribuzione di probabilità, $\lambda$ rappresenta un fattore di scala temporale e $n$ un esponente caratteristico del processo $X(t)$ [*Rosso & Burlando*, 1990]. Il processo integrale ottenuto integrando $X(t)$ su una durata pari a $\lambda D$ ha quindi la stessa distribuzione del processo che si ottiene integrando $X(t)$ su una durata $D$ e riscalando il risultato di un fattore $\lambda^n$. Per i massimi definiti dalla (6) in un processo stazionario $X(t)$, questa proprietà comporta ancora la relazione

$$H(\lambda D) \sim \lambda^n H(D) \,, \tag{10}$$

ossia,

$$F(h(\lambda D)) = F(\lambda^n h(D)). \tag{11}$$

Così come viene definita dalla relazione (10), l'invarianza di scala in distribuzione o *autosomiglianza statistica* implica sia l'invarianza di scala dei quantili, ossia

$$h_T(\lambda D) = \lambda^n h_T(D) \,, \tag{12}$$

sia quella dei momenti di ordine qualsiasi. Valgono quindi le relazioni

$$E[H^r(\lambda D)] = \lambda^{rn} E[H^r(D)] \,, \; r = 1, 2, 3,....., \tag{13}$$

dove il simbolo $E[\cdot]$ indica l'operatore valore atteso e $r$ l'ordine del momento. In virtù delle (13), la media e la varianza di $H(D)$ si scalano con $\lambda^n$ e $\lambda^{2n}$, rispettivamente. Valgono quindi le relazioni

$$E[H(\lambda D)] = \lambda^n E[H(D)], \tag{14}$$

$$Var[H(\lambda D)] = \lambda^{2n} Var[H(D)] \,, \tag{15}$$

Quando si analizzano le osservazioni di processi naturali in campo geofisico, il controllo della proprietà (10) tramite la (12) risulta abbastanza laborioso, anche per i problemi di campionamento dovuti all'insufficiente lunghezza delle serie disponibili con una adeguata risoluzione temporale. Invece, risulta più agevole controllare la proprietà (13) in termini di momenti, definibile come *invarianza di scala in senso debole*[8] senza definire la distribuzione di probabilità.

Nell'analisi dei fenomeni fisici, peraltro, la proprietà dell'invarianza di scala non si può applicare al continuo illimitato delle possibili scale, ma ne va verificata la validità all'interno di un ragionevole intervallo di scale. Il campo di validità

[7] A tale proposito, una curva del tipo $h \propto D^{\nu}$ inviluppa superiormente le massime altezze di pioggia registrate a scala globale (pianeta Terra) con $\nu \approx 0.5$.

[8] Cfr. *Gupta & Waymire* (1990). Si noti che, dal punto di vista statistico, l'invarianza di scala in senso debole assicura l'invarianza di scala in distribuzione soltanto se $H_D$ possiede i momenti di qualsiasi ordine.

dell'autosomiglianza statistica è, in primo luogo, dettato dalla fenomenologia esaminata e dalla capacità di osservarne sperimentalmente le caratteristiche. In secondo luogo, la proprietà in esame va considerata in relazione al campo di interesse tecnico dei risultati. Indicato allora con $[D_{\inf}, D_{\sup}]$ l'intervallo di durate, entro il quale la precipitazione in un punto dello spazio si presenta come un fenomeno scala-invariante nel tempo, e assunta pari a 1 la durata di riferimento[9], si può scrivere la (10) come

$$H(D) \sim H(1)\, D^n \,, \tag{16}$$

dove $H(1)$ è la massima altezza di pioggia relativa alla durata unitaria di riferimento, ossia,

$$F(h(D)) = F(h(1)D^n), \tag{17}$$

e la (13) come

$$h_T(D) = h_T(1)\left(\frac{D}{1}\right)^n = h_T(1)D^n \,, \tag{18}$$

dove $h_T(1)$ indica il quantile $T$—ennale dell'altezza di pioggia per la durata di riferimento. La linea segnalatrice risulta espressa da una legge di potenza, il cui esponente risulta invariante con la durata. Con riferimento alla relazione empirica (7) si ha $\nu_T \equiv n$.

Sempre considerando una durata di riferimento unitaria, le equazioni (14) e (15) porgono le relazioni

$$E[H(D)] = \lambda^n\, E[H(1)] \,, \tag{19}$$

$$Var[H(D)] = \lambda^{2n}\, Var[H(1)]. \tag{20}$$

In virtù delle (19) e (20) il rapporto

$$V^2 = Var[H(D)] \,/\, E^2[H(D)] = Var[H(1)] \,/\, E^2[H(1)] \tag{21}$$

non dipende dalla durata. L'invarianza di scala comporta quindi l'invarianza del coefficiente di variazione, $V$, con la durata, già individuata dalle considerazioni empiriche citate in precedenza. Il controllo dell'ipotesi di invarianza di scala in senso debole a partire dalle osservazioni sperimentali di altezze massime di pioggia può ricondursi all'ipotesi di indipendenza di $V$ dalla durata. Più in generale, l'invarianza di scala comporta che il rapporto

$$\frac{E\left[\left(H(D) - E[H(D)]\right)^r\right]}{\left(\mathrm{Var}[H(D)]\right)^{r/2}}$$

sia indipendente da $D$ per tutte le statistiche di ordine $r \geq 2$. Non soltanto il coefficiente di variazione, ma anche quelli di asimmetria e di appiattimento sono perciò indipendenti dalla durata.

I modelli probabilistici in grado di rappresentare le piogge estreme scala-invarianti sono vincolati all'autosomiglianza statistica. Per esempio, se $F(h)$ è una distribuzione

[9] A tale scopo, si possono eventualmente scalare le durate rispetto alla durata $D_{\inf}$ o $D_{\sup}$.

gamma, il suo parametro di forma dovrà risultare costante per ogni durata esaminata; se lognormale, sarà costante il parametro di scala, ovvero la varianza della trasformata logaritmica del massimo annuale; se $F(h)$ segue la legge di Gumbel, il rapporto tra i parametri di scala e di posizione; se $F(h)$ è una distribuzione generalizzata del valore estremo (*GEV*), i parametri di scala e di forma.

In caso di autosomiglianza statistica, la variabile adimensionale $W$, che si ottiene normalizzando i valori estremi rispetto al valore atteso,

$$W = H(D)/E[H(D)] \tag{22}$$

non dipende dalla durata $D$, poiché $H(D)/E[H(D)] = H(1)/E[H(1)]$. Di conseguenza, il quantile di riferimento si può esprimere come

$$h_T(1) = E[H(1)]\, w_T\,, \tag{23}$$

dove $w_T$ rappresenta il quantile $T$—ennale della variabile normalizzata $W$. Per una qualsiasi durata di interesse, si può quindi esprimere il quantile $T$—ennale dell'altezza di pioggia tramite la relazione

$$h_T(D) = a_1 w_T D^n\,, \tag{24}$$

dove

- $a_1 = E[H(1)]$ rappresenta il coefficiente di scala della linea segnalatrice, pari al valore atteso dell'altezza di pioggia massima annuale per la durata di riferimento;
- $w_T$ rappresenta il fattore di crescita in frequenza, in quanto esso dipende del tempo di ritorno $T$ e dalla distribuzione di probabilità scelta per rappresentare la variabile normalizzata $W$ a media unitaria, $E[W] = 1$;
- $n$ rappresenta l'esponente di scala con cui la variabilità del fenomeno si trasmette dalla scala temporale di riferimento alle altre scale temporali.

L'applicazione della (24) richiede che venga specificata la distribuzione di probabilità di $W$ in forma parametrica[10], in base alla quale calcolare il quantile $w_T$.

## 2.5. La distribuzione di probabilità della altezza di precipitazione massima annuale normalizzata

### *Generalità*

Diversi modelli possono fornire una rappresentazione parametrica $F(w,\Omega_w)$ della distribuzione di probabilità della variabile normalizzata $W$, dove $\Omega_w$ rappresenta un insieme di parametri. Poiché la variabile normalizzata $W$ ha media unitaria, il numero dei parametri $\#(\Omega_w)$ della $F(w,\Omega_w)$ diminuisce di una unità rispetto a quello della distribuzione parametrica originaria $F(h,\Omega_h(D)$, ossia $\#(\Omega_w) = \#(\Omega_h) - 1$. Nel caso in cui le piogge estreme $H_D$ siano rappresentabili con una legge probabilistica a due parametri,

[10] Si noti come $F(w)$ e $F(h)$ vengano ovviamente a coincidere se si riscala la variabile.

la distribuzione di $W$ è quindi monoparametrica. E' invece biparametrica nel caso in cui $H_D$ è rappresentata da una legge a tre parametri, come per la distribuzione *GEV*.

***Legge di Gumbel o del Valore Estremo di I tipo***

Se per rappresentare $F(w,\Omega_w)$ si adotta la legge di Gumbel o del valore estremo di primo tipo,

$$F(w) = \exp\{-\exp[-(w - 1+0.5772\alpha)/\alpha]\}, \tag{25}$$

con $\Omega_w \equiv \{\alpha,\ \alpha > 0\}$, si ottiene

$$w_T = 1 - \alpha\ \{0.5772 + \ln\ln\ [T/(T\text{-}1)]\}, \tag{26}$$

dove $\alpha$ indica il parametro di scala della distribuzione, ovvero

$$w_T = 1 - V\ \frac{\sqrt{6}}{\pi}\ \{0.5772 + \ln\ln\ [T/(T\text{-}1)]\}, \tag{27}$$

dove $V$ indica il coefficiente di variazione di $W$.

***Distribuzione di Gibrat-Galton o lognormale***

Per la legge di Gibrat-Galton o lognormale,

$$F(w) = \int_0^w \frac{1}{\sqrt{2\pi}u\sigma_{\ln W}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{\ln w}{\sigma_{\ln W}} - \frac{1}{2}\right]^2\right\} du, \tag{28}$$

con $\Omega_w \equiv \{\sigma_{\ln W},\ \sigma_{\ln W} > 0\}$, si ottiene

$$w_T = \exp\left\{\sigma_{\ln W}\left[\Phi^{-1}(1 - 1/T) - \frac{\sigma_{\ln W}}{2}\right]\right\}, \tag{29}$$

ovvero

$$w_T = \frac{\exp\left[\sqrt{\ln(1+V^2)}\ \Phi^{-1}(1-1/T)\right]}{\sqrt{1+V^2}}, \tag{30}$$

dove $\Phi^{-1}(\cdot)$ indica l'inversa della funzione di distribuzione normale standard, ovvero il quantile $(1\text{-}1/T)$-esimo della variabile normale standard.

***Distribuzione generalizzata del valore etsremo o GEV***

Per la distribuzione generalizzata del valore estremo o *GEV*,

$$F(w) = \exp\{-[1+\kappa/\alpha - \kappa w/\alpha - \Gamma(1 + \kappa)]^{1/\kappa}\}, \tag{31}$$

con $\Omega_w \equiv \{\kappa, \alpha,\ \kappa, \alpha > 0\}$, vale la

$$w_T = 1 + (\alpha/\kappa)\ [1 - \Gamma(1 + \kappa)] - (\alpha/\kappa)\ (\ \ln\ [T/(T\text{-}1)])^{\kappa}, \tag{32}$$

con

$$\gamma_1 = \mathrm{sign}(\kappa)\frac{-\Gamma(1+3\kappa)+3\Gamma(1+\kappa)\Gamma(1+2\kappa)-2\Gamma^3(1+\kappa)}{\left[\Gamma(1+2\kappa)-\Gamma^2(1+\kappa)\right]^{3/2}}-1\text{, per } k>-1/3, \tag{33}$$

dove sign($\kappa$)=+1 per $\kappa$>0 e sign($k$)=-1 per $\kappa$<0, essendo $\gamma_1$ il coefficiente di asimmetria di $W$, e

$$\alpha = \kappa V\left[\Gamma(1+2\kappa)-\Gamma^2(1+\kappa)\right]^{-1/2}. \tag{34}$$

## 2.6. La dissipazione statistica

### *Generalità*

Numerosi fenomeni fisici, soprattutto in campo meteorologico, possono presentare una diminuzione delle fluttuazioni quando, da una certa scala, si passa ad analizzare lo stesso fenomeno a una scala diversa. Sostituendo il tempo con lo spazio, tale diminuzione è legata alle perdite energetiche che si realizzano, per esempio, quando una situazione di blocco ciclonico si insedia su una certa zona e tende a concentrare e intensificare la sua attività su celle di estensione limitata. Allo stesso modo, si realizza una perdita energetica quando un sollevamento localizzato di origine puramente convettiva tende a espandersi. Per la stretta connessione tra la dinamica spaziale e quella temporale (vedi, per esempio, *Conati et al.*, 1990; *Ranzi et al.*, 1993) il tasso di pioggia in un punto fisso della superficie terrestre riflette queste due diverse fenomenologie. In entrambi i casi, le statistiche del tasso di precipitazione o del volume specifico rilasciato sono caratterizzate dalla proprietà

$$E[H^r(\lambda D)] = \lambda^{r\varphi(r)n}\, E[H^r(D)]\ ,\ r = 1, 2, 3,....., \tag{35}$$

nota come *multiscaling statistico*, dove $\varphi(r)$ è una funzione uniformemente convessa o, in alternativa, concava, denominata *funzione di dissipazione*. In pratica, la forma di $\varphi(r)$ è caratterizzata da valori $d^2\varphi/dr^2>0$ per ogni valore (anche non intero) di $r > 0$, ovvero da $d^2\varphi/dr^2<0$ per qualsiasi $r$. Essa caratterizza altresì particolari processi stocastici quali le cascate aleatorie. Se $\varphi(r) = 1$, $\varphi(r)$ non dipende dall'ordine $r$ della statistica e la (35) degenera nella (13). In tal caso il processo esaminato risulta scala-invariante e può essere descritto in termini di autosomiglianza statistica.

In caso di *dissipazione statistica* la (10) non è più rispettata e i quantili dell'altezza di pioggia non vengono più a scalarsi in funzione della durata secondo una legge di potenza, ma in modo più complesso. Inoltre, gli indici statistici adimensionali (coefficienti di variazione, asimmetria, appiattimento e così via) variano con la durata $D$ presa in considerazione. Di conseguenza, la parametrizzazione della distribuzione di probabilità $F(h)$ viene a essere regolata dalla proprietà di convessità o concavità della funzione di dissipazione, che ne vincola fortemente la forma analitica. Per esempio, la legge di Gumbel, che presenta valori costanti dei coefficienti di asimmetria e di appiattimento, non è in grado di descrivere la dissipazione statistica. Allo stesso modo, molte altre distribuzioni di uso corrente, come la *GEV*, poco si adatta a descrivere tale comportamento. Al contrario, distribuzioni come la lognormale descrivono in modo efficace la dissipazione statistica. Se la distribuzione parametrica di $H(D)$ prevede $\#(\Omega_h)$

parametri, il modello statistico dissipativo contiene $2 \times \#(\Omega_h)$ parametri, che sono funzione dei momenti rispetto all'origine di ordine $r = 1,.., \#(\Omega_h)$.

***Distribuzione di Gibrat-Galton o lognormale***

La distribuzione log-normale,

$$F(h) = \int_0^h \frac{1}{\sigma_{\ln H(D)} u \sqrt{2\pi}} \exp\left\{ -\frac{1}{2} \left[ \frac{\ln u - \mu_{\ln H(D)}}{\sigma_{\ln H(D)}} \right]^2 \right\} du \,, \tag{36}$$

si adatta, invece, assai bene a una semplice rappresentazione della funzione di dissipazione. Infatti, per una variabile lognormale $H(D)$,

$$E[H^r(D)] = E^r[H(D)]\,[1 + V^2(D)]^{r(r-1)/2} \,,\ r = 1, 2, 3,....., \tag{37}$$

da cui si ricava

$$\varphi(r) = 2\varphi_2 - 1 + 2(1 - \varphi_2) r^{-1} \,, \tag{38}$$

dove $\varphi_2 = \varphi(2)$ è un fattore di dissipazione, che discende dalla relazione di crescita del momenti con la durata nella forma

$$E[H^r(D)] = E[H^r(1)] D^{(2\varphi_2 - 1)rn + 2(1-\varphi_2)n} \,,\ r = 1, 2, 3,..... \tag{39}$$

In pratica, note le relazioni di crescita dei primi due momenti con la durata,

$$E[H(D)] = E[H(1)] D^n \,, \tag{40}$$

e

$$E[H^2(D)] = E[H^2(1)]\ D^{2\varphi_2 n} \,, \tag{41}$$

sono determinate in cascata le relazioni per tutti i momenti di ordine superiore.

Nell'applicare il modello conviene scrivere le (40) e (41) come

$$E[H(D)] = a_1 D^n \,, \tag{42}$$

e

$$E[H^2(D)] = (ca_1)^2 D^{2\varphi_2 n} \,, \tag{43}$$

dove $a_1 = E[H(1)]$ e $(ca_1)^2 = E[H^2(1)]$. Con tali notazioni, la previsione del quantile $T$—ennale può essere condotta mediante l'equazione

$$h_T(D) = a_1 \frac{\exp\left[\sqrt{\ln\left(c^2 D^{2(\varphi_2 - 1)n}\right)} \Phi^{-1}(1 - 1/T)\right]}{c} D^{(2-\varphi_2)n} \,, \tag{44}$$

dove $\Phi^{-1}(\cdot)$ indica anche qui l'inversa della funzione di distribuzione normale standard, ovvero il quantile $(1\text{-}1/T)$-esimo della variabile normale standard. Si può notare come la (44) presenti una struttura formalmente analoga a quella relativa al modello lognormale scala-invariante. Se $\varphi_2 = 1$, il modello lognormale dissipativo degenera nella forma scala-invariante ed è immediato verificare come, in tal caso, si abbia $c = 1 + V^2$.

## 2.7. La stima dei parametri

### *Metodo dei quantili regolarizzati*

Come osservato in precedenza, questo metodo comporta la stima preliminare di $n_D$ #($\Omega_h$) parametri, dove #($\Omega_h$) indica il numero dei parametri della distribuzione $F(h,\Omega_h)$ adottata per rappresentare la variabile $H(D)$. Se si utilizza il metodo dei momenti, è necessario valutare, per ogni durata, i momenti[11] di $H(D_k)$ fino a un ordine pari a #($\Omega_h$). Indicata con $[h_{ik}]$ la matrice dei dati di altezza di pioggia massima annuale, si calcolano i valori di

$$m_{rk} = \sqrt{\frac{1}{n_a - 1}\sum_{i=1}^{n_a} h_{ik}^2} \quad , r = ,..., \#(\Omega_h), \tag{45}$$

pervenendo così a una stima dell'insieme $\Omega_{hk}$ dei parametri per ogni singola durata esaminata.

In alternativa al metodo dei momenti, si possono utilizzare altri metodi di stima. La scelta del metodo più adatto dipende dalla distribuzione utilizzata. Peraltro, il numero dei parametri da stimare a partire dalle osservazioni non cambia. Se, per esempio, si utilizza il metodo dei "probability weighted moments" o quello dei cosiddetti "*L*-moments" bisognerà stimare $n_D$ #($\Omega_h$) momenti pesati in probabilità.

Inoltre, per ogni periodo di ritorno $T$ preso in considerazione, la funzione inversa $F^{-1}(h,\Omega_{hk})$ calcolata in $1 - 1/T$ porge le previsioni $h_T(D_k)$ da interpolare, in modo da ricavare i valori di $a_T$ e $\nu_T$ della (7) tramite la regressione lineare dei valori di $\ln h_T(D_k)$ sulle relative durate $\ln D_k$. Se interessano $n_T$ diversi periodi di ritorno, bisogna quindi stimare $2n_T + n_D$ #($\Omega_h$) parametri. Il metodo della regolarizzazione dei quantili comporta perciò un certo grado di iperparametrizzazione del modello previsionale, che risulta quindi poco robusto.

### *Modello scala-invariante*

Per questo modello è necessario stimare 2 + #($\Omega_h$) - 1, ossia 2 + #($\Omega_w$) parametri, dove #($\Omega_h$) indica il numero dei parametri della distribuzione $F(h,\Omega_h)$ adottata per rappresentare la variabile $H(D)$ e #($\Omega_w$) quello della distribuzione $F(w,\Omega_w)$ che rappresenta la variabile normalizzata $W$.

Nei casi pratici, conviene normalizzare i dati $[h_{ik}]$ per le diverse durate rispetto ad una durata di riferimento. Se si considerano, le piogge da 1 a 24 ore, tale operazione non è necessaria, se si prende a riferimento la durata oraria. La serie di osservazioni normalizzate si ricava quindi riscalando i dati relativi alla $k$-esima durata considerata rispetto alla relativa media campionaria $m_k$, ossia

$$w_j = h_{ik} / m_k \ , \tag{46}$$

[11] Possono venire indifferentemente stimati i momenti intorno all'origine, come nel testo o, come più spesso accade, quelli centrali.

con $j = i + (k - 1)n_a$, $j = 1,..., n_w$. Disponendo di $n_a$ anni di osservazioni per $n_D$ diverse durate, si ottiene perciò un campione di $n_w = n_D n_a$ dati. In base a tale campione, si determinano quindi l'insieme dei parametri $\Omega_w$ della $F(w,\Omega_w)$. La tecnica di stima più semplice, basata sul metodo dei momenti, comporta, quando $\#(\Omega_w) = 1$, il calcolo del solo coefficiente di variazione $V$ di $W$, ossia

$$V = \sqrt{\frac{1}{n_w - 1}\sum_{j=1}^{n_w} w_j^2} \quad . \tag{47}$$

Se $\#(\Omega_w) = 2$, è necessario stimare sia $V$ che il coefficiente di asimmetria $\gamma_1$. Se $\#(\Omega_w) = 3$, bisogna stimare $V$, $\gamma_2$. e il coefficiente di appiattimento $\gamma_2$.

Si possono altresì impiegare altri metodi di stima. Se, per esempio, il metodo dei momenti fornisce risultati abbastanza buoni nel caso della distribuzione lognormale (*Stedinger*, 1980), altre distribuzioni richiedono l'applicazione di metodi più sofisticati; per esempio, nel caso della distribuzione di Gumbel[12] o della *GEV* il metodo dei cosiddetti "*L*-moments" fornisce i migliori risultati (*Stedinger et al.*, 1993).

Nel caso si utilizzi il metodo degli "*L*-moments", i parametri $\alpha, \varepsilon, \kappa$ vengono stimati a partire dai primi tre momenti L-momenti $L_1$, $L_2$ *ed* $L_3$, secondo le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} \lambda_1 = \int_0^1 w(F)dF \\ \lambda_2 = \int_0^1 w(F)(2F-1)dF \\ \lambda_2 = \int_0^1 w(F)(6F^2 - 6F + 1)dF \end{cases} , \tag{48}$$

Una stima degli "L-moments" può essere effettuata attraverso le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} L_1 = b_o \\ L_2 = 2b_1 - b_o \\ L_3 = 6b_2 - 6b_1 + b_0 \end{cases} , \tag{49}$$

dove $b_i$ si ottiene dalla:

$$b_r = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} w_i \left[\frac{i}{n+1}\right]^r , \tag{50}$$

in cui $w_i$ è il valore del massimo di altezza di pioggia normalizzato rispetto alla media della serie storica per una prefissata durata ed ordinato in senso crescente, n è la dimensione del campione normalizzato. Nel caso $r=0$, $b_0$ coincide con la media campionaria della variabile normalizzata $w_i$, di valore pari a 1.

[12] Cfr., per esempio, Rosso (1981).

I parametri di scala, locazione e forma della *GEV* si calcolano in funzione degli "*L*-moments" come:

$$\kappa = 7.8590\left[\frac{2L_2}{L_3+3L_2}-\frac{\ln(2)}{\ln(3)}\right]+2.9554\left[\frac{2L_2}{L_3+3L_2}-\frac{\ln(2)}{\ln(3)}\right]^2$$
$$\alpha = \frac{\kappa L_2}{\left(1-2^{-\kappa}\right)\Gamma(1+\kappa)} \tag{51}$$
$$\varepsilon = 1-\frac{\alpha}{\kappa}\left[1-\Gamma(1+\kappa)\right]$$

dove:

$$\Gamma(1+\kappa) = \int_0^\infty e^{-u}u^{\kappa}du \tag{52}$$

Nel caso di una distribuzione di *Gumbel* i parametri di scala e locazione sono determinati a partire dalle seguenti relazioni:

$$\alpha = \frac{L_2}{\ln(2)} \quad . \tag{53}$$
$$\varepsilon = 1-0.5772\alpha$$

In base ai valori campionari della media, $m_k$, relativi alle $n_D$ durate considerate,

$$m_k = \frac{1}{n_a}\sum_{i=1}^{n_a} h_{ik} \ , \tag{54}$$

si ottengono inoltre i valori del coefficiente pluviometrico $a_1$ e dell'esponente di scala $n$ tramite una regressione lineare dei valori di $\ln m_k$ sulle relative durate $\ln D_k$; in particolare si ottiene

$$n = \frac{\sum_{k=1}^{m}\left(\ln(E(H(D_k))) - \overline{\ln(E(H(D)))}\right)\cdot\left(\ln(D_k)-\overline{\ln(D)}\right)}{\sum_{i=1}^{m}\left(\ln(D_k)-\overline{\ln(D)}\right)^2} \tag{55}$$
$$\ln(a_1) = \overline{\ln(E(H(D)))} - n\cdot\overline{\ln(D)}$$

dove

$$\overline{\ln(D)} = \frac{\left(\sum_{k=1}^{m}\ln(D_k)\right)}{m}$$
$$\overline{\ln(E(H(D)))} = \frac{\sum_{i=1}^{m}\ln\left[E(H(D_k))\right]}{m} \tag{56}$$

***Stima del modello dissipativo***

In questo caso, è necessario stimare 2 $\#(\Omega_h)$ parametri, dove $\#(\Omega_h)$ indica il numero dei parametri della distribuzione $F(h, \Omega_h)$ adottata per rappresentare la variabile $H(D)$. In base ai valori campionari della media

$$m_k = \frac{1}{n_a}\sum_{i=1}^{n_a} h_{ik} \quad ,$$

dei momenti $m_{rk}$ di ordine $r$ relativi alle $n_D$ durate considerate,

$$m_{rk} = \sqrt{\frac{1}{n_a - 1}\sum_{i=1}^{n_a} h_{ik}^r} \quad , r = 2,..., \#(\Omega_h), \tag{57}$$

vengono stimati i valori di $H^r(1)$, $n$ e $\varphi(r)$ che permettono di stimare i momenti di qualsiasi ordine $r$ in funzione della durata[13]. A partire dai momenti, è quindi possibile procedere alla previsione, calcolando i quantili.

Nel caso lognormale, è sufficiente stimare $m_k$ e $m_{2k}$, poiché i valori del coefficiente pluviometrico $a_1$ e dell'esponente $n$ si determina tramite regressione lineare dei valori di $\ln m_k$ sulle relative durate $\ln D_k$. mentre I valori dei parametri $c$ e $\varphi_2$ si ottengono tramite regressione lineare dei valori di $\ln m_{2k}$ sulle relative durate $\ln D_k$, noti i valori di $a_1$ e di $n$. Se risulta $\varphi_2 = 1$, la stima coincide con la stima del modello lognormale scala-invariante condotta con il metodo dei momenti.

## 2.8. Modello di valutazione delle Linee Segnalatrici di Probabilità Pluviometrica nei siti con sufficienti dati pluviometrici

Indicata con $[h_{ik}]$ la matrice dei dati pluviometrici di altezza di pioggia massima annuale, disponibili per $i$=1,...,$n_a$ anni di osservazione e $k$=1,...,$n_D$ diverse durate, i parametri delle linee segnalatrici a distribuzione generatrice *GEV* vengono stimati con il metodo degli L-moments. La scelta del modello *GEV* discende dalla sua flessibilità nel rappresentare l'autosomiglianza statistica nonchè l'andamento statistico di variabili di tipo estremo. L'adattamento del modello *GEV* ai dati viene altresì validato tramite gli usuali test statistici (Kolgomorov-Smirnov, Chi-quadrato e Anderson-Darling)[14].

[13] I momenti d'ordine superiore a $\#(\Omega_h)$ sono ricavabili in funzione dei primi $\#(\Omega_h)$ momenti.

[14] Sull'esecuzione di test statistici su variabili rappresentative di valori estremi si veda, per esempio, Kottegoda & Rosso (1996, Capp. 5 e 7).

## 2.9. Valutazione delle Linee Segnalatrici di Probabilità Pluviometrica in siti privi di Osservazioni Pluviometriche

### *Criteri di estrapolazione spaziale*

La valutazione delle linee segnalatrici in siti privi di osservazioni pluviometriche richiede l'estrapolazione spaziale dei risultati ottenuti tramite le elaborazioni statistiche dei dati di altezza di pioggia massima annuale per le diverse durate di interesse, relativi alle registrazioni di ogni stazione pluviografica della rete di rilevamento dotata di dati sufficienti. Se viene adottato il tradizionale metodo dei quantili regolarizzati, si devono valutare, per ogni generico punto di coordinate **u** della regione idrologica esaminata, i valori del coefficiente pluviometrico $a_T(\mathbf{u})$ e dell'esponente $\nu_T(\mathbf{u})$ a partire da quelli stimati in $n_T$ punti di coordinate $\mathbf{v}_l$, $l$= 1,..., $n_T$, della rete pluviometrica. In tal senso, il metodo dei quantili regolarizzati obbliga a risolvere il problema di stima di $a_T(\mathbf{u})$ e $\nu_T(\mathbf{u})$ per ogni valore di $T$ di interesse tecnico. Il modello scala-invariante consente sia di estrapolare un numero limitato di parametri, che di estrapolare i quantili per assegnato periodo di ritorno.

### *Estrapolazione geostatistica*

*Generalità*

Le caratteristiche di granularità ed intermittenza del fenomeno meteorico sono le cause principali della variabilità dell'intensità del campo di pioggia. Alla loro base, vi è sia l'eterogenea distribuzione e struttura dei corpi nuvolosi, sia la loro dinamica interna ed esterna. Fondamentale risulta, inoltre, l'effetto del moto dei sistemi nuvolosi rispetto al suolo e la loro interazione con le barriere orografiche, che deviano, incanalano e sollevano le masse d'aria umida, favorendo la formazione delle complesse distribuzioni di pioggia. A queste caratteristiche si aggiunge l'effetto della scala temporale di aggregazione dei dati pluviometrici disponibili. Un'osservazione istantanea del campo di pioggia mostrerebbe una struttura spaziale estremamente complessa, la cui distribuzione di massa sull'area investita può essere descritta, in via approssimativa, tramite la geometria frattale. Se però si considera l'accumulo al suolo delle precipitazioni per scale temporali via via crescenti (ore, giorni,...), la granularità del fenomeno tende a scomparire. In generale, quindi, risulta più semplice e sicura l'analisi della distribuzione spaziale delle piogge all'aumentare della scala temporale di interesse. L'analisi della distribuzione spaziale delle precipitazioni viene condotta utilizzando le misure fornite dalle reti pluviometriche. Tuttavia la densità e la disposizione della rete pluviometrica sono, nei casi più comuni, inadeguate a cogliere l'intrinseca variabilità spaziale degli eventi meteorici reali.

La possibilità di estrapolare nello spazio le informazioni pluviometriche (dai punti di misura all'area circostante) dipende chiaramente dal legame che, in senso statistico, intercorre tra i valori rilevabili nei vari punti del territorio. L'interrelazione fra i valori rilevabili nei vari punti, pur essendo governata da un comportamento medio ben determinato, presenta una forte componente di natura intrinsecamente non predicibile. Per quanto appena detto, nell'ambito degli studi inerenti l'estrapolazione spaziale dell'informazione pluviometrica, una grande importanza rivestono quelle procedure atte al riconoscimento dell'intensità del legame esistente fra i valori di pioggia osservabili nei vari punti di una data regione; tale legame viene indicato con il termine di

*correlazione spaziale* e viene sintetizzato matematicamente tramite alcune funzioni dette *variogrammi*.

*Correlazione spaziale delle piogge*

L'ipotesi fondamentale, che troviamo alla base delle moderne tecniche di analisi del fenomeno spazio-temporale di pioggia, consiste nell'assimilare il processo fisico ad un *processo stocastico spazio-temporale* $\Phi(\mathbf{u},t)$, ove $\mathbf{u}=\mathbf{u}(x,y)$ indica il vettore delle coordinate spaziali cui il processo si riferisce, $t$ il tempo e $\Phi$ l'intensità, ossia il tasso di precipitazione. Dal processo dinamico $\Phi(\mathbf{u},t)$ si passa quindi al processo integrato (altezza di pioggia) su intervalli temporali assegnati

$$Z_D(\mathbf{u}) = \int_D \Phi(\mathbf{u},t)dt \tag{58}$$

oppure a quello dell'intensità media

$$\overline{Z_D(\mathbf{u})} = \frac{1}{D}\int_D \Phi(\mathbf{u},t)dt \tag{59}$$

dove, considerando con $D$ il periodo temporale di aggregazione (nel caso esaminato 1, 3, 6, 12, 24 ore consecutive), si assimila in pratica il processo continuo $\Phi(\mathbf{u},t)$ a serie temporali. Il campo di pioggia viene quindi trattato come un campo *statico* e la sua evoluzione dinamica viene in pratica considerata come una successione temporale di campi statici.

La dipendenza fra i valori assunti dal processo stocastico $Z_D(\mathbf{u})$ in due generici punti $\mathbf{u}_1$ e $\mathbf{u}_2$ dello spazio di definizione può essere rappresentata dalla *funzione di covarianza*, definita come

$$\begin{aligned}\mathrm{Cov}(\mathbf{u}_1,\mathbf{u}_2) &= E[(Z(\mathbf{u}_1)-m(\mathbf{u}_1))(Z(\mathbf{u}_2)-m(\mathbf{u}_2))] = E[Y(\mathbf{u}_1)Y(\mathbf{u}_2)] = \\ &= E[Z(\mathbf{u}_1)Z(\mathbf{u}_2)] - m(\mathbf{u}_1)m(\mathbf{u}_2)\end{aligned} \tag{60}$$

o, in alternativa, dalla *funzione di semivariogramma*

$$\begin{aligned}\Gamma(\mathbf{u}_1,\mathbf{u}_2) &= \frac{1}{2}\mathrm{Var}[Z(\mathbf{u}_1)-Z(\mathbf{u}_2)] = \frac{1}{2}E\left[[Z(\mathbf{u}_1)-Z(\mathbf{u}_2)-m(\mathbf{u}_1)+m(\mathbf{u}_2)]^2\right] = \\ &= \frac{1}{2}E\left[[Y(\mathbf{u}_1)-Y(\mathbf{u}_2)]^2\right]\end{aligned} \tag{61}$$

dove:

$m(\mathbf{u}) = E[Z(\mathbf{u})]$ è la media del processo stocastico $Z(\mathbf{u})$, intesa come media sull'*ensamble*, ovvero su tutte le possibili realizzazioni nei punti $\mathbf{u} = (x,y)$; $E[\cdot]$ indica l'operatore *valore atteso*, $\mathrm{Var}[\cdot]$ indica l'operatore varianza, $Y(\mathbf{u}) = Z(\mathbf{u}) - m(\mathbf{u})$ rappresenta la fluttuazione del campo intorno al valore atteso nel punto $\mathbf{u}$ considerato. Tale processo viene anche indicato come processo dei *residui* o *scarti dalla media*. Tali funzioni godono della proprietà di *simmetria*, cioè $\mathrm{Cov}(\mathbf{u}_1,\mathbf{u}_2)=\mathrm{Cov}(\mathbf{u}_2,\mathbf{u}_1)$, e dipendono, nel caso più generale, dai punti $\mathbf{u}_1$ e $\mathbf{u}_2$ considerati.

Entrambe queste funzioni descrivono la relazione, che, in senso statistico, intercorre fra i valori del processo in due generici punti del campo di definizione, e, in generale,

vengono indicate col termine di *variogrammi*. Oltre alla covarianza ed al semivariogramma, una funzione spesso impiegata per rappresentare l'intensità del legame, che, in senso statistico, esiste fra i valori del campo osservati in punti differenti, è la cosiddetta *funzione di correlazione*, definita come

$$R(\mathbf{u}_1,\mathbf{u}_2)=\frac{\mathrm{Cov}(\mathbf{u}_1,\mathbf{u}_2)}{\sigma(\mathbf{u}_1)\sigma(\mathbf{u}_2)},\ 0<R<1, \tag{62}$$

dove $\sigma(\cdot)$ indica la deviazione standard. Come noto, tale funzione esprime la linearità del legame tra $Z(\mathbf{u}_1)$ e $Z(\mathbf{u}_2)$, essendo questa tanto più accentuata quanto più il modulo di $R(\cdot)$ è prossimo all'unità. Utilizzare la funzione $R(\cdot)$ in luogo di $\mathrm{Cov}(\cdot)$ o di $\Gamma(\cdot)$ è, almeno teoricamente, abbastanza attraente, poiché $R(\cdot)$ rappresenta in termini adimensionali la covarianza fra i valori assunti dal processo nei diversi punti del campo. Negli studi sull'estrapolazione spaziale delle piogge, però, l'impiego di questa funzione risulta piuttosto limitato e, talvolta, fuorviante, a causa delle forti distorsioni della sua stima. E' comunque evidente che, per definizione, questa funzione dipende completamente da quella di varianza-covarianza e, quindi, non introduce alcuna informazione supplementare sulla interdipendenza spaziale del processo nei diversi punti del campo.

L'analisi del campo di pioggia $Z(\mathbf{u})$ risulta effettuabile con limitata difficoltà solo se esso gode di proprietà che rendano possibile l'identificazione di opportune caratteristiche di *regolarità*. Le più importanti sono certamente quelle di *stazionarietà* dei momenti dei primi due ordini, di *isotropia* del variogramma e di *ergodicità* del processo.

*Stazionarietà*

In merito all'ipotesi di stazionarietà del campo di precipitazione si ha che, fissata la regione $A\in\mathbf{R}^2$ in cui il processo $Z(\mathbf{u})$ è definito, il campo si dice *stazionario del primo ordine* se

$$E[Z(\mathbf{u})]=\text{costante}=m,\ \forall\mathbf{u}\in\mathrm{A}. \tag{63}$$

In modo analogo un processo casuale è detto *stazionario del secondo ordine* se soddisfa le seguenti condizioni nella media, varianza e covarianza

$$E[Z(\mathbf{u})]=m(\mathbf{u})=m,\quad \forall\mathbf{u}\in A, \tag{64}$$

$$\mathrm{Var}[Z(\mathbf{u})]=\sigma^2(\mathbf{u})=\sigma^2,\quad \forall\mathbf{u}\in A, \tag{65}$$

$$\mathrm{Cov}(\mathbf{u}_1,\mathbf{u}_2)=\mathrm{Cov}(\mathbf{u}_1-\mathbf{u}_2),\quad \forall\mathbf{u}_1,\mathbf{u}_2\in A, \tag{66}$$

e, quindi, con riferimento al semivariogramma, risulti

$$\Gamma(\mathbf{u}_1,\mathbf{u}_2)=\Gamma(\mathbf{u}_1-\mathbf{u}_2),\quad \forall\mathbf{u}_1,\mathbf{u}_2\in A, \tag{67}$$

dove la funzione di covarianza gode delle seguenti proprietà:

$$\mathrm{Cov}(\mathbf{0})=\mathrm{Var}[Z(\mathbf{u})]\geq 0,\quad \forall\mathbf{u}\in A, \tag{68}$$

$$\mathrm{Cov}(\mathbf{0})\geq\mathrm{Cov}(\mathbf{u}_1-\mathbf{u}_2) \tag{69}$$

ed è definita positiva.

*Isotropia*

L'ulteriore proprietà che interessa definire è l'*isotropia*: essa implica che la dipendenza spaziale del processo casuale, misurata in termini di covarianza o di semivariogramma, risulti svincolata dalla direzione del vettore **h**. Quando ciò si verifica, la covarianza e/o il semivariogramma possono quindi essere posti nella forma

$$\mathrm{Cov}(\mathbf{h}) = \mathrm{Cov}(|\mathbf{h}|) = \mathrm{Cov}(h) \tag{70}$$

$$\Gamma(\mathbf{h}) = \Gamma(|\mathbf{h}|) = \Gamma(h) \tag{71}$$

dove $|\mathbf{h}|=h$ indica il modulo della distanza fra due generici punti.

*Ergodicità*

L'ipotesi di *ergodicità* è essenziale al fine di consentire la stima delle caratteristiche del processo a partire dalla conoscenza delle sue realizzazioni. Un processo si dice infatti ergodico se, all'aumentare dell'estensione (spaziale e/o temporale) del campionamento, le stime dei suoi momenti condotte a partire dalle realizzazioni disponibili convergono in probabilità al valore dei momenti teorici. Solo in questo caso risulta evidentemente possibile effettuare le stime di tali momenti anche a partire dalla conoscenza di un insieme limitato o, addirittura, di una singola realizzazione del processo. In pratica, l'ipotesi di ergodicità costituisce un indispensabile assunto *a priori*, necessario ad inferire le proprietà statistiche del processo fisico a partire da una traiettoria (o porzione di traiettoria) osservata ed assimilandole a quelle, note, che caratterizzano l'ensamble.

***La funzione di semivariogramma***

*Funzioni di semivariogramma teorico*

La struttura spaziale della dipendenza stocastica fra le precipitazioni viene sintetizzata attraverso il *semivariogramma*. Fissata una qualsiasi regione *A*, dove si intenda studiare la correlazione spaziale del campo di precipitazione, è però evidente come risulti impossibile conoscere la forma *vera* della funzione di semivariogramma del campo. Ciò, infatti, sarebbe possibile solo se fossero noti l'esatta struttura ed i parametri del modello probabilistico atto a rappresentare il fenomeno di precipitazione nella specifica regione considerata. La stima, pur approssimata, della funzione di semivariogramma deve perciò essere condotta con gli usuali metodi propri dell'inferenza statistica. A tal fine, il procedimento di stima è articolato in tre fasi successive:

- identificazione/scelta di un modello analitico atto a rappresentare l'andamento dei valori empirici della funzione indagata;
- stima dei parametri del modello identificato;
- valutazione della affidabilità e della qualità del modello prescelto tramite opportune indagini (test statistici e/o controlli di efficienza).

Qualora, alla fine del procedimento indicato, il modello così ottenuto fornisca delle prestazioni soddisfacenti, questo modello può essere utilizzato per le successive indagini, normalmente inerenti la distribuzione spaziale del campo di pioggia. In caso contrario il procedimento deve essere ripetuto utilizzando modelli teorici differenti,

finché non si raggiunga, per quanto possibile, la massima qualità nelle prestazioni del modello stesso.

*Identificazione del semivariogramma*

L'identificazione di un modello matematico approssimato del semivariogramma di un campo di pioggia può essere condotta con la metodologia di seguito illustrata. Fissata la scala temporale di aggregazione delle precipitazioni, l'insieme di osservazioni $Z(\mathbf{u}_i)$ (con $i$=1,...,$N$) contemporanee nelle $N$ stazioni di misura, costituisce una realizzazione del processo di pioggia. Noto un insieme di realizzazioni è possibile, per ciascuna di esse o per tutto l'insieme, calcolare delle stime empiriche del suddetto variogramma tramite degli opportuni stimatori (vedi paragrafo successivo). Dall'analisi dei semivariogrammi empirici si possono, quindi, formulare delle ipotesi circa i modelli teorici atti a rappresentare la variabilità spaziale di quello sperimentale.

Tra i modelli di semivariogramma omogenei ed isotropi più utilizzati nella pratica vi sono:

*1a*) modello *lineare*

$$\Gamma_l(h) = \begin{cases} A_0 + A_1 h, & h < a \\ A_0 + A_1 a, & h \geq a \end{cases} \tag{72}$$

*2a*) modello *sferico*

$$\Gamma_s(h) = \begin{cases} A_0 + (v/2)\left[3(h/a)^3\right], & h < a \\ A_0 + v, & h \geq a \end{cases} \tag{73}$$

*3a*) modello *esponenziale*

$$\Gamma_e(h) = \begin{cases} A_0 + v\{1 - \exp[-(h/a)]\}, & h < a \\ A_0 + v, & h \geq a \end{cases} \tag{74}$$

*4a*) modello *gaussiano*

$$\Gamma_g(h) = \begin{cases} A_0 + v\left\{1 - \exp\left[-(h/a)^2\right]\right\}, & h < a \\ A_0 + v, & h \geq a \end{cases} \tag{75}$$

dove i parametri $A_0$, $A_1$, $v$ e $a$ rappresentano rispettivamente:

$A_0$ :la discontinuità nell'origine del variogramma, dovuta ad effetti microclimatici e/o errori di misura delle piogge;

$A_1$ :il tasso di decadimento dell'autocovarianza spaziale del campo per il modello lineare;

$v$ :la varianza del campo depurata della discontinuità $A_0$;

$a$ : la distanza di correlazione, detta *range*, ovvero la distanza oltre la quale le osservazioni risultano praticamente scorrelate.

Ai modelli di $\Gamma(\cdot)$ appena indicati, qualora il campo possa ritenersi *omogeneo di secondo ordine*, corrispondono quelli di covarianza, per i quali si rimanda alla bibliografia.

Questi modelli possono rappresentare fenomeni con elevata scala di fluttuazione e ampia persistenza alle grandi distanze: essi raggiungono, in corrispondenza di una certa distanza di riferimento (*range*), un valore massimo asintotico, detto *sill* (ossia: *sella*), pari alla varianza calcolata del campo. Il *range* rappresenta l'estensione della *zona di influenza* relativa ad ogni punto sperimentale, in quanto, per distanze maggiori, la correlazione tra i punti risulta così bassa da poter essere considerata praticamente nulla. Dal punto di vista operativo, è da segnalare che nel caso dei modelli sferico e gaussiano il range si ottiene direttamente dai parametri stimati. Nel caso del modello lineare, invece, esso può (e talvolta deve) essere assegnato (ad esempio, troncando il semivariogramma in corrispondenza di quel valore di distanza che individua un'ordinata pari alla varianza calcolata del campo). Il troncamento è giustificato dal fatto che un semivariogramma non limitato, almeno asintoticamente, corrisponderebbe a un campo con varianza infinita: in tale situazione, spesso non accettabile per i campi di grandezze meteorologiche integrate alle scale temporali di normale interesse tecnico, la varianza non sarebbe definibile. Quando invece il semivariogramma ammette un estremo superiore la varianza è ovviamente finita. Per $h$=0 (origine) qualsiasi semivariogramma deve quindi soddisfare, in base alla definizione (61), la condizione

$$\Gamma(0)=0 \ . \tag{76}$$

Talvolta il variogramma sperimentale è però meglio interpolato da modelli con una discontinuità nell'origine, ovvero con

$$\begin{cases} \lim_{h\to 0} \Gamma(h) = A_0 \\ \Gamma(0) = 0 \end{cases} \tag{77}$$

Questa discontinuità apparente, chiamata *nugget effect* (cioè *effetto pepita*), è tipica delle variabili aleatorie soggette a forti fluttuazioni locali ed a forti discontinuità, quali ad esempio la consistenza (potenza) dei giacimenti minerari o la distribuzione sul territorio di una data essenza vegetale. Anche nel caso dei fenomeni granulari, come quello delle precipitazioni, il *nugget* può essere, in gran parte, considerato quale effetto di fenomeni di microregionalizzazione o di microscala, non evidenziabili alla scala caratteristica del sistema di rilevamento delle misure; in questo caso, tuttavia, a tale effetto si aggiunge quello dovuto agli errori strumentali di misura.

*Principali effetti di disturbo nel semivariogramma*

Nell'analisi della correlazione spaziale delle precipitazioni, hanno rilevanza non trascurabile gli effetti di disturbo indotti da due fattori: l'aggregazione spazio-temporale dei dati, e l'orografia.

Per quanto concerne l'aggregazione temporale dei dati va osservato che, nell'esperienza comune, la correlazione tra i dati di pioggia in due differenti punti di una data regione cresce all'aumentare delle scale di aggregazione temporale T dei dati stessi. Analogamente, a parità di T, la correlazione aumenta se in luogo delle osservazioni puntuali vengono considerati i valori medi su aree di estensione crescente. Considerazioni perfettamente analoghe possono essere sviluppate nei confronti degli effetti dell'aggregazione spaziale.

Per quanto riguarda l'orografia va osservato che le analisi delle informazioni pluviometriche, relative a regioni caratterizzate da un'orografia accentuata, mostrano

una ragguardevole influenza dei rilievi montuosi sulla struttura di correlazione delle precipitazioni. Infatti, si osserva come, a parità di distanza fra due stazioni pluviometriche, le correlazioni siano mediamente più elevate, se relative a stazioni site sullo stesso versante di una vallata, piuttosto che a stazioni ubicate sui versanti opposti. Questa circostanza si verifica anche per versanti aventi lo stesso orientamento, ma appartenenti a valli contigue. Nel caso di valli parallele, infatti, accade spesso che la correlazione sia più elevata tra i dati rilevati sui versanti che, nelle varie valli, hanno la medesima esposizione piuttosto che fra quelli relativi a stazioni, sebbene più vicine, poste sui due versanti opposti di una stessa linea spartiacque. Tali effetti sono chiaramente ascrivibili alla dinamica delle perturbazioni, che investono la regione muovendosi prevalentemente in una data direzione: esse tendono a produrre effetti analoghi sui versanti orientati allo stesso modo rispetto alla perturbazione stessa; ed effetti differenti sui versanti differentemente orientati. L'effetto orografico induce sul variogramma un incremento del *nugget*, a causa delle discontinuità climatiche che, a brevi distanze, vengono prodotte dalle discontinuità geografiche. Inoltre il variogramma può presentare risalite di correlazione ad una distanza corrispondente a quella che mediamente intercorre tra i corsi d'acqua principali di vallate parallele.

Tuttavia, nel presente lavoro, si trascurano questi effetti di disturbo, poiché l'area in esame - la Lombardia - è estremamente eterogenea (comprendendo vaste zone montuose, come le Alpi e pianure interna) e non permetterebbe di trattare l'intera area con univoci accorgimenti nell'effettuare il kriging. Si è preferito, perciò, procedere secondo una tecnica generale, ma collaudata.

*Il semivariogramma empirico*

L'identificazione/scelta di un modello analitico di semivariogramma deve essere preceduto dal calcolo dell'andamento del *semivariogramma empirico* stimato tramite degli opportuni stimatori. Nella pratica si sono sviluppati due metodi di stima: a singola realizzazione, ed a multirealizzazione.

Le caratteristiche proprie dei due modelli nascono dalla natura stessa del processo di precipitazione. In una stessa regione geografica vi sono precipitazioni di origine locale, quali le piogge convettive ed orografiche, e precipitazioni originate da fronti nuvolosi provenienti da diverse direzioni. Qualora si desideri analizzare il campo di precipitazione relativo ad una stessa natura (piogge frontali, convettive, orografiche) risulterà complesso individuare un insieme di realizzazioni omogenee del processo stocastico di pioggia. Non sono sempre chiari, infatti, i criteri di tipo fisico o statistico da applicare, per raggruppare insieme eventi meteorologici. Per questa ragione, nell'analisi della correlazione spaziale delle piogge si sono sviluppate le tecniche denominate *a singola realizzazione.*

Sviluppare lo studio del campo di pioggia attraverso un approccio *a singola realizzazione* significa assumere che il processo di pioggia sia generato da una successione di processi componenti, le cui proprietà statistiche siano, di volta in volta, coincidenti con quelle del singolo evento meteorico alla scala di aggregazione temporale presa in esame; e quindi, ipotizzando che il processo sia ergodico, ammettere che si possa effettuare la stima della media, della varianza e dei variogrammi sperimentali in base a tale evento *singolo*. Poiché, come accennato in precedenza, il processo fisico delle precipitazioni in una località può essere originato da meccanismi

abbastanza differenti, questa circostanza si traduce usualmente in una estrema variabilità (da evento ad evento) della stima di media, varianza e variogramma. Questo inconveniente si verifica anche nel caso in cui il processo di pioggia sia aggregato a scale temporali molto lunghe (un mese ed oltre). Tuttavia, il metodo a singola realizzazione presenta anche aspetti positivi, dal punto di vista concettuale, in quanto permette di tener conto delle variazioni spaziali della struttura stocastica del processo, proprio considerando una struttura dei variogrammi variabile da evento ad evento.

Nel caso, purtroppo frequente, in cui i dati disponibili siano estremamente sparsi, tale metodo può risultare poco affidabile. In tal caso, infatti, l'esiguità del numero di dati introduce notevoli errori di distorsione nella stima dei parametri del processo (ad esempio, la media, che a sua volta influenza i valori dei variogrammi sperimentali) tali da rendere poco attendibili estrapolazioni spaziali dei dati condotte a partire da tali parametri. E' preferibile, allora, orientarsi verso il *metodo a multirealizzazione.*

Sviluppare lo studio del campo di pioggia attraverso un approccio *a multirealizzazione* significa considerare le realizzazioni disponibili del processo nel loro insieme ed effettuare una media su di esse o su una loro parte, riconosciuta sufficientemente omogenea. In tal modo, si perdono informazioni circa la peculiare variabilità della struttura stocastica spaziale del processo, ma si guadagna nella correttezza della stima delle sue caratteristiche (media, varianza, covarianza, ecc.), calcolate ora su tutto l'insieme degli eventi

Per la determinazione del variogramma sperimentale si rimanda alla letteratura in materia, poiché, nel caso specifico, si è fatto ricorso ad un codice di dominio pubblico, con l'intento di utilizzare una procedura sufficientemente robusta ed accessibile anche ad operatori non particolarmente esperti.

Nell'applicazione al caso in studio si è utilizzato un metodo a singola realizzazione, poiché per ogni stazione pluviometrica si dispone di un solo valore dei parametri. Tuttavia, valutando che ogni parametro è ricavato operando delle elaborazioni di sintesi dei dati di pioggia, ricavandone i momenti a partire da almeno 25 anni di osservazioni, non sembra irragionevole assumere che i parametri siano effettivamente rappresentativi delle caratteristiche statistiche del campo di pioggia in esame.

*Validazione del variogramma*

Una volta valutato il variogramma empirico e scelto, in base al suo andamento, il modello teorico è possibile operare la stima dei parametri di quest'ultimo in modo che esso interpoli *al meglio* i valori calcolati. In linea teorica, ai fini dell'interpolazione si può scegliere tra molti differenti criteri di ottimizzazione; in pratica, però, ci si riconduce quasi sempre ad operare in base a metodologie affidabili e collaudate come, ad esempio, il metodo dei minimi quadrati, oppure il metodo di minimizzazione della massima differenza, in modulo, fra valore empirico e valore calcolato col modello interpolare.

Il modello di variogramma, prescelto e tarato, può essere validato attraverso la previsione di osservazioni conosciute. Il procedimento di validazione prevede le seguenti fasi:

- si sopprime ciascun punto di osservazione , uno alla volta;

- si stima il valore di pioggia $\hat{Z}(\mathbf{u})$ nel punto soppresso, facendo uso delle rimanenti osservazioni;
- si calcola lo scarto $Z(\mathbf{u}_i)$-$\hat{Z}(\mathbf{u}_i)$ (per $i$=1,...,$N$), analizzandone l'entità e le caratteristiche tramite degli indici di bontà dell'adeguamento.

Affinché il modello prescelto sia teoricamente valido occorre che si verifichino le seguenti condizioni:

*a)* il modello non deve produrre errori sistematici, vale a dire che l'errore medio, *ME* (da *Mean Error*) deve soddisfare la relazione

$$ME=(1/N)\Sigma_i[Z(\mathbf{u}_i)-\hat{Z}(\mathbf{u}_i)]\approx 0; \tag{78}$$

*b)* l'errore $Z(\mathbf{u}_i)$-$\hat{Z}(\mathbf{u}_i)$ deve essere coerente con lo scarto quadratico medio di stima, cioè:

$$StME=(1/N)\Sigma_i[Z(\mathbf{u}_i)-\hat{Z}(\mathbf{u}_i)/\sigma_p]^2\approx 1, \tag{79}$$

dove $\sigma_p^2(\mathbf{u}_i)$ indica la varianza di stima di $Z(\cdot)$ nel generico punto $\mathbf{u}_i$.

In altre parole l'errore ridotto deve avere media nulla e varianza unitaria, in quanto è da ritenere che l'attendibilità di un interpolatore stocastico e, quindi, della funzione di variogramma, cui esso fa riferimento, sia individuata dal comportamento del vettore errore $Z(\mathbf{u}_i)$-$\hat{Z}(\mathbf{u}_i)$, con $i$=1,...,$N$.

*Applicazione ai campi di pioggia*

La validazione del variogramma stimato sulla scorta delle misure sperimentali di precipitazioni richiede, come prima indicato, la determinazione delle caratteristiche dell'errore di stima delle precipitazioni nei punti di misura. Tale stima deve naturalmente essere condotta utilizzando proprio il variogramma da validare.

Le tecniche di estrapolazione spaziale che utilizzano i variogrammi come strumento di sintesi della struttura di correlazione spaziale di grandezze distribuite nello spazio sono basate sulla teoria degli stimatori lineari ottimi. In questo ambito il metodo di interpolazione stocastica più utilizzato è quello sviluppato agli inizi degli anni sessanta dalla scuola francese di G. Matheron. La prima applicazione fu però di D.G. Krige, un geologo specializzato nella stima dei giacimenti minerari (in particolare, di quelli auriferi nell'Africa Australe): dal suo nome deriva il termine francese di *krigeage* ed il più diffuso termine anglosassone di *kriging*, con cui si identificano molto spesso i metodi geostatistici. L'impiego di questo metodo, le cui prime applicazioni interessarono il solo campo gelogico-minerario (da cui deriva, appunto, la definizione di queste tecniche col termine di *geostatistica*), si è notevolmente esteso negli anni successivi, coprendo diverse sfere di interesse, dalla batimetria alle scienze forestali; esso si è inoltre mostrato particolarmente adatto per affrontare i problemi idrologici relativi all'analisi della variabilità spaziale di numerosi parametri ambientali, quali il livello idrico degli acquiferi, i valori di precipitazione, la temperatura, ecc. Un rilevante impulso alla diffusione di questa tecnica in campo idrologico è stato dato dalla *"Ecole des Mines"* di Parigi, attraverso un grande numero di applicazioni riprese poi da altri studiosi tra cui, in Italia, *Gambolati e Volpi* nel settore dell'idrogeologia.

A causa delle difficoltà connesse alla scarsa densità delle osservazioni, le applicazioni in campo idrometereologico lasciano, comunque, aperte numerose questioni, sia di natura teorica che di tipo applicativo. Nel seguito, si illustrano le caratteristiche salienti del metodo.

Assumiamo di conoscere $N$ osservazioni contemporanee del processo $Z(\mathbf{u})$ nei punti $\mathbf{u}_i$ (con $i$=1,2,...,$N$). Per stimatore *lineare* $\hat{Z}(\mathbf{u}_a)$, nel punto $\mathbf{u}_a$, del valore effettivo $Z(\mathbf{u}_a)$ si intende la combinazione lineare

$$\hat{Z}(\mathbf{u}_a)=\Sigma_i\alpha_i Z(\mathbf{u}_i) \tag{80}$$

tale da produrre, nel punto considerato, stime del valore di campo.

La stima $\hat{Z}(\cdot)$ viene considerata *ottima* se gli scalari $\alpha_i$(i=1,2,..,$N$), che rappresentano l'insieme dei coefficienti da determinare, risultano tali che essa soddisfi i requisiti di

*indistorsione*: il valore atteso dello stimatore $\hat{Z}(\mathbf{u})$ deve essere uguale al valore atteso di $Z(\mathbf{u})$ ovvero

$$E[\hat{Z}(\mathbf{u})]=E[Z(\mathbf{u})]=m(\mathbf{u}) \ , \quad \forall\mathbf{u}\in A; \tag{81}$$

*minima varianza*: la varianza di stima associata alla $N$-upla $\alpha_i$ (i=1,2,..,$N$), fra tutte quelle infinite possibili $N$-uple che producono stime lineari indistorte di $Z(\cdot)$, deve risultare minima, ovvero

$$\mathrm{Var}[\hat{Z}(\mathbf{u})]=E[\hat{Z}(\mathbf{u})-Z(\mathbf{u})]^2 = \text{minimo} \ , \quad \forall\mathbf{u}\in A. \tag{82}$$

Uno stimatore che gode di queste proprietà viene sinteticamente indicato con la sigla *BLUE* (da: *Best Linear Unbiased Estimator*).

Si può dimostrare che, nell'ipotesi che il campo di pioggia sia stazionario del secondo ordine ed isotropo e, inoltre, che sia noto il semivariogramma e che la media sia costante, è possibile determinare l'insieme di pesi $\alpha_i$ (con $i$=1,..,$N$) che forniscono la stima *BLUE* in un generico punto del campo. A tal fine, espressa la condizione di indistorsione (81) che pone $\Sigma_i\alpha_i$=1, bisogna tener conto della condizione di minima varianza (82). Il metodo dei *moltiplicatori di Lagrange* permette di determinare l'insieme dei pesi $\alpha_i$ fornendo la minima varianza di stima.

*Applicazione alle linee segnalatrici di probabilità pluviometrica*

Nel caso in cui si vogliano valutare le linee segnalatrici di probabilità pluviometrica nei siti privi di osservazioni, le variabili diventano, per ogni punto $\mathbf{u}$ dell'area esaminata, *i*) i valori stimati di $a_1(\mathbf{u})$, $n(\mathbf{u})$, $\varepsilon(\mathbf{u})$, $\alpha(\mathbf{u})$ e $\kappa(\mathbf{u})$ nel caso di modello scala invariante con distribuzione di probabilità GEV, o alternativamente *ii*) il quantile $h_T(D, \mathbf{u})$ per fissata durata e periodo di ritorno. La stima viene quindi condotta, separatamente per ciascun parametro esaminato, *i*) a partire dai valori di $a_1(\mathbf{v}_l)$, $n(\mathbf{v}_l)$, $\varepsilon(\mathbf{v}_l)$, $\alpha(\mathbf{v}_l)$ e $\kappa(\mathbf{v}_l)$ valutati in ciascuna delle $n_R$ stazioni localizzate nei punti di coordinate $\mathbf{v}_l$, $l$= 1,..., $n_R$, ii) a partire dal valore di $h_T(D, \mathbf{v}_l)$ valutato in ciascuna delle $n_R$ stazioni localizzate nei punti di coordinate $\mathbf{v}_l$, $l$= 1,..., $n_R$.

# 3. Variabilità Locale delle Precipitazioni Intense in Lombardia

## 3.1. Inquadramento dell'area di studio

Il presente studio si propone di valutare e determinare le linee segnalatrici di probabilità pluviometrica per l'interno del territorio lombardo. Risulta però difficile circoscrivere rigidamente l'area d'indagine all'interno dei confini politici regionali. Il clima, l'orografia e l'idrografia regionali sono piuttosto inseribili all'interno di un contesto più generico, coincidente con il bacino del Po, il maggiore dei fiumi italiani, il cui bacino si estende su un'area di circa 75 mila $Km^2$. Dovendo affrontare comunque la necessità di restringere lo studio, ci si è concentrati sull'area occupata dai bacini dei fiumi interni ai confini regionali e su quelli immediatamente confinanti e di cui si dispongono dati, salvaguardando così una certa coerenza nell'approccio al fenomeno.

Chiusa a nord dalla catena delle Alpi e degradante a sud nella zona della Pianura Padana, la Lombardia occupa un'area di poco inferiore ai 24 mila $Km^2$ ed è caratterizzata da una eterogeneità di tipi climatici. La principale causa della variabilità climatica è il sistema alpino che, mentre ripara parzialmente la Pianura Padano-Veneta dai venti freddi settentrionali, agisce da elemento perturbatore della circolazione degli strati più bassi dell'atmosfera, creando un effetto di barriera. Alcuni fattori climatici che caratterizzano la zona sono i laghi naturali prealpini (che mitigano la temperatura), l'esposizione dell' area padana rispetto ai venti dominanti e locali e la differente altitudine del rilievo da cui deriva la diffusione dei climi di montagna.

Dei 5 tipi regimi pluviometrici che caratterizzano il bacino padano, 4 sembrano caratterizzare anche la Lombardia:

·Il *regime continentale* è caratterizzato da un massimo estivo ed un minimo invernale predomina in tutto l'arco alpino che comprende le alte vallate dell'Oglio, dell'Adda e del Ticino, con propaggini estese sino ai rilievi secondari delle Prealpi;

·Il *regime sub-litoraneo alpino* è caratterizzato da due massimi e due minimi nell'anno medio con modesta prevalenza del massimo primaverile sull'autunnale e con un minimo invernale inferiore a quello estivo. Tale regime inizia dalla pianura ed interessa tutta la fascia prealpina della regione Lombardia, si protrae all'interno del bacini del Toce e riprende, con caratteri meno accentuati, nell'alta Valle d'Aosta;

·Il *regime sub-litorale occidentale* presenta due massimi e due minimi, con il massimo di primavera più elevato e con il minimo invernale più basso, riflette tutta la parte occidentale del bacino del Po, dal Ticino al Tanaro;

·Il *regime sub-litorale padano* è caratterizzato da due massimi e due minimi equivalenti. Si estende in tutta la zona di pianura compresa fra i primi rilievi delle Prealpi del fiume Po, protraendosi a ponente nella vasta valle del Tanaro sino quasi al suo apice.

## 3.2. Stazioni pluviometriche considerate e i dati pluviometrici estratti

La disponibilità di dati costituisce un elemento fondamentale quando ci si propone di valutare le caratteristiche di un fenomeno naturale fortemente variabile come la precipitazione. Il territorio lombardo è coperto da un insieme di reti pluviometriche

gestite da diversi enti pubblici e privati. Se, da un lato, l'abbondanza di osservazioni influenza positivamente la qualità della previsione, non è da trascurarsi la posizione dei punti di misura in relazione alle caratteristiche morfologiche del territorio: i risultati ottenuti da una spazializzazione saranno tanto più affidabili quanto più la rete di misura da cui è in grado di cogliere la variabilità del fenomeno. La variabilità spaziale della precipitazione risulta maggiore in zone montuose o dove sono più frequenti i rovesci temporaleschi; a parità di estensione, ad esempio, un'ampia zona pianeggiante richiede una minore densità di stazioni rispetto ad una caratterizzata da un'orografia complessa.

### *Le stazioni dotate di pluviometri registratori*

Gli annali idrologici, pubblicati a cura dell' Ufficio Idrografico e Mareografico del Po a partire dall'anno 1934 fino all'anno 1991, riportano, all'interno della sezione B (dedicata alla pluviometria) nella tabella III, i valori relativi ai massimi di precipitazione annuali per le durate di 1, 3, 6, 12, 24 ore consecutive, suddivisi per bacini di appartenenza delle stazioni. La misura dell'altezza di pioggia proviene dalla lettura di una striscia quotata, su cui un pennino, direttamente collegato al pluviometro registratore, traccia il diagramma relativo alla quantità di pioggia accumulata (cfr. Figura 3.1). Esistono diversi tipi di pluviometri registratori -chiamati anche pluviografi se la registrazione avviene su carta diagrammale, i più comuni sono quelli a pesata, a galleggiante e a vaschette basculanti. Nel presente lavoro si sono utilizzati dati provenienti da digitalizzazioni di serie storiche, ricavate dagli annali fino all'anno 1986-1991; è stato, inoltre, possibile aggiornare alcune di queste serie con informazioni provenienti direttamente da digitalizzazioni del diagramma pluviometrico e aggiornate fino all'anno 2001. Ciò è stato possibile acquisendo file di testo in formato ASCII, contenenti la misura di pioggia eventualmente caduta ed effettuata ogni 15 minuti. L'acquisizione di questi file si è resa possibile interrogando un database (denominato Wingadi e fornito dall'azienda Physis di Firenze all'ex Ufficio Idrografico e Mareografico di Milano) al fine di valutare la disponibilità di dati relativi alle stazioni di interesse. Una volta estratti dal database i lunghi file di testo contenenti le misure disponibili per la singola stazione, è stato concepito un apposito programma in linguaggio FORTRAN per aggregare alle durate d'interesse i dati di pioggia ed estrarne i valori massimi annuali. In particolare, preso il file contenente le misure relative ad un anno, si è pensato di farvi scorrere una finestra, ampia quanto la durata interessata, che si muovesse dalla prima all'ultima misurazione e cumulasse i valori contenuti al proprio interno, spostandosi per intervalli di 15 minuti; raccolte tutte le aggregazioni per una prefissata durata, se ne è estratta la maggiore. Si sono sottoposti i file contenenti le misure ad una verifica preventiva della percentuale di dato mancante, giacchè il database genera il simbolo "@" in corrispondenza di una misurazione mancante. La mancanza di dato può essere ascrivibile a diverse cause:

·Inchiostro terminato sul pennino di scrittura

·Malfunzionamento del tamburo rotante su cui è avvolto il foglio del diagramma

·Sfasamento del sistema di rilevazione e scrittura, causato da precipitazioni particolarmente intense.

Quest'ultima causa ha contribuito a fissare un valore di mancanza di dato sulla serie annuale piuttosto conservativo e non superiore al 15%, superata la quale la serie annuale

viene invalidata. Limitatamente a quelle serie che hanno superato il test di validazione, si è sostituita la misura mancante con altrettanti “0” (misura nulla).

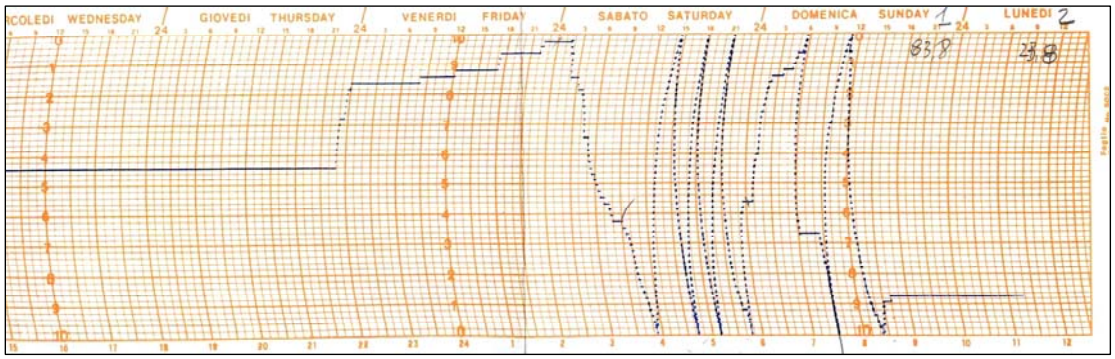



Figura 3.1: Registrazione da pluviografo meccanico.

### *Le stazioni dotate di pluviometri totalizzatori*

Alcune stazioni sono dotate di uno strumento di misura delle piogge diverso dai pluviografi sopra descritti. A differenza del caso precedente, i pluviometri comuni non sono dotati di un sistema registratore, ma di un apparato di semplice raccolta delle acque piovane; un controllo quotidiano del sistema di raccolta, da effettuarsi giornalmente e alla stessa ora (alle ore 9 GMT di ogni giorno), finalizzato a misurare il quoziente del volume d’acqua raccolta per l’area della superficie orizzontale dell’imbuto raccoglitore, consente di determinare la quantità cumulata di acqua piovana apportata da eventi di precipitazione eventualmente accaduti fra due misurazioni successive. La Tabella IV, all’interno della sezione B degli annali idrologici, riporta i valori massimi annuali per durate di 1, 2, 3, 4, 5 giorni consecutivi, ancora suddivisi per bacini di appartenenza. A differenza del caso precedente, dove i valori di massima precipitazione derivano da una lettura di un diagramma in continuo su cui è fatta scorrere una “finestra” relativa alla durata d’interesse, ora la misurazione avviene una volta sola in 24 ore e riferita alla giornata precedente il giorno della misurazione. Analogamente a quanto effettuato per il caso precedente, si sono aggiornate all’anno 2001 le misurazioni delle quantità di pioggia cadute per durate da 1 a 5 giorni consecutivi. A tale scopo, si è resa necessaria la compilazione di un secondo programma che, a differenza del precedente, estraesse i massimi di pioggia relativi ad una finestra temporale pari ad un giorno, a partire dalle ore 9 GMT di ogni giorno.

### *Le stazioni pluviometriche considerate nello studio*

Definita l’area di studio su cui si vuole effettuare la predizione, si è proceduto ad una selezione delle stazioni secondo alcuni criteri. Da una lettura delle pubblicazioni si evince che sul territorio controllato dall’Ufficio idrografico del PO di Parma sono presenti 667 stazioni termo-pluviometriche. Secondo quanto ampiamente riportato in letteratura, si è ristretto lo studio a quelle stazioni che avessero raccolto dati, completando le serie con gli eventuali aggiornamenti, per almeno 25 anni complessivamente. L’operazione di selezione si è completata estraendo le stazioni

immediatamente ricadenti all'interno del territorio lombardo, unitamente a quelle al di fuori dei confini regionali ma necessarie per definire la situazione sui confini. L'operazione descritta precedentemente ha portato il numero di stazioni di cui si dispongono informazioni relative alle durate D = 1, 3, 6, 12, 24 ore a 105, di cui 68 comprese all'interno del territorio regionale (cfr. Figura 3.2). Le stazioni di cui si dispongono informazioni relative alle durate D = 1, 2, 3, 4, 5 giorni sono 83, di cui 53 ubicate nelle province lombarde (cfr. Figura 3.3). Come si può notare, la provincia di Milano riporta alcune lacunarità. Uscendo dai confini regionali, si nota la mancanza di informazioni per la zona nord, in corrispondenza della Svizzera, e per l'area sud-orientale, confinante con le province di Brescia e Mantova. La frammentazione della proprietà di cui si è parlato in precedenza è tale da generare una scarsa disponibilità di dati disponibili per il pubblico, mentre l'acquisizione di dati presso uno stato estero è sempre piuttosto complicata. Elenco delle stazioni di misura considerate nello studio viene riportato in Tabella 3.1.

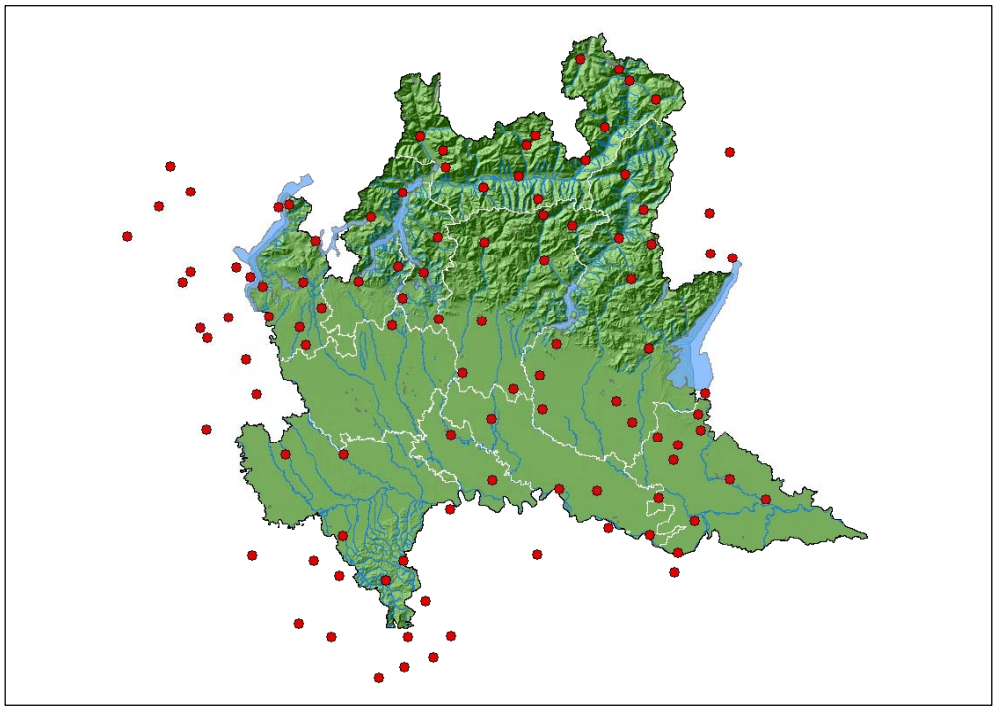


Figura 3.2: Le 105 stazioni pluviografiche considerate nello studio, relativamente a durate comprese tra 1 e 24 ore.

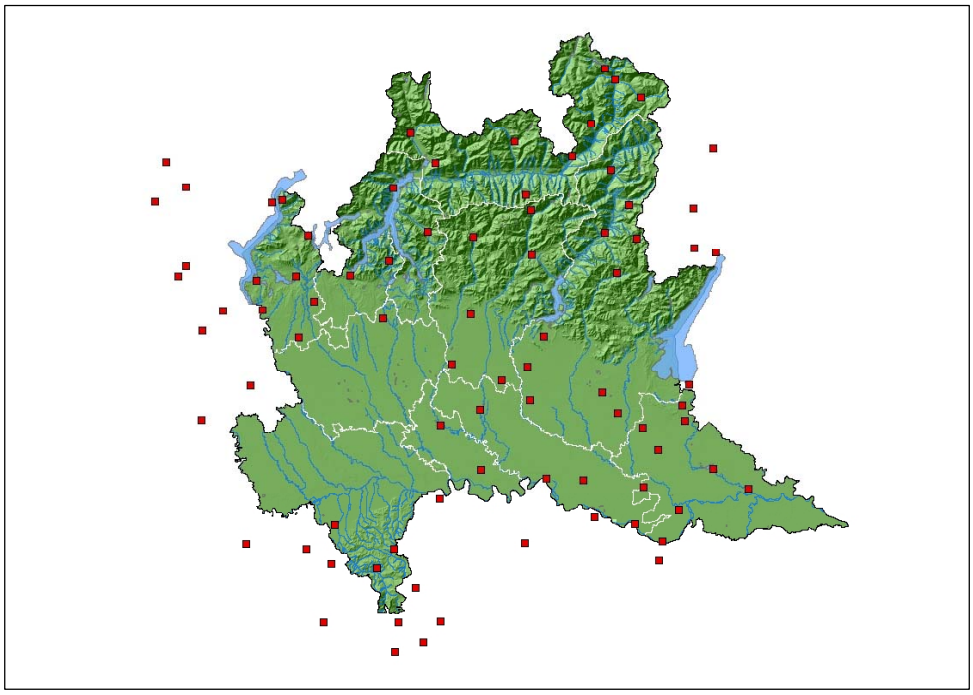


Figura 3.3: Le 83 stazioni pluviometriche considerate nello studio, relativamente a durate comprese tra 1 e 5 giorni.

Tabella 3.1. Elenco delle stazioni di misura considerate nello studio.

| STAZIONE | Prov. | Bacino imbrifero | Anno inizio | Anno fine | # dati 1-24 ore | # dati 1-5 giorni |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Madonna di Campiglio | TN | SARCA | 1932 | - | 32 | 26 |
| Tione di Trento | TN | SARCA | 1930 | - | 35 | 32 |
| Riva Torbole (Centr.) | TN | LAGO DI GARDA | 1930 | - | 40 | 31 |
| Bezzecca | TN | LAGO DI GARDA | 1933 | 1974 | 37 | 30 |
| Peschiera del Garda | VR | LAGO DI GARDA | 1930 | 2001 | 46 | 40 |
| Monzambano Virgilio | MN | MINCIO | 1950 | 1995 | 37 | 37 |
| Volta Mantovana | MN | MINCIO | 1971 | 2001 | 30 | 26 |
| Mantova | MN | MINCIO | 1933 | 1998 | 55 | 49 |
| Governolo | MN | MINCIO | 1955 | 2000 | 28 | 27 |
| Castel Goffredo | MN | PIANURA MINCIO-OGLIO | 1970 | 2001 | 28 | 25 |
| Piubega | MN | MINCIO-OGLIO | 1970 | 2001 | 30 | 27 |
| Ceresara | MN | MINCIO | 1933 | 1996 | 33 | - |
| Ghedi | BS | MINCIO-OGLIO | 1935 | 1996 | 51 | 42 |
| Calvisano | BS | MINCIO-OGLIO | 1934 | 1978 | 31 | 30 |
| Edolo | BS | OGLIO | 1934 | - | 29 | 37 |
| Lago D'Arno | BS | OGLIO | 1931 | 1978 | 45 | 39 |
| Breno | BS | OGLIO | 1931 | 2001 | 63 | 48 |
| Vilminore | BG | OGLIO | 1931 | - | 31 | - |
| Borgonato | BS | OGLIO | 1935 | 2001 | 52 | 45 |
| Chiari | BS | OGLIO | 1933 | 2001 | 46 | 46 |
| Fontanella | BS | OGLIO | 1955 | 1996 | 39 | 33 |
| Orzinuovi | BS | OGLIO | 1936 | 2001 | 33 | 31 |
| Memmo | BS | OGLIO | 1930 | 1999 | 43 | 29 |
| Bozzolo | MN | OGLIO | 1951 | 1986 | 30 | 33 |
| Gaver (Diga di) | BS | OGLIO | 1932 | 2001 | 55 | 52 |
| Gavardo | BS | OGLIO | 1970 | 2001 | 25 | - |
| S. Matteo Chiaviche | BG | OGLIO | 1965 | 1994 | 25 | 27 |
| Cremona | CR | OGLIO-ADDA | 1930 | 2001 | 67 | 55 |
| Pieve S.Giacomo | CR | OGLIO-ADDA | 1949 | 1993 | 35 | 38 |
| Casalmaggiore | CR | PIANURA ADDA-OGLIO | 1961 | 2001 | 31 | 34 |
| Livigno | SO | INN | 1963 | 2001 | 26 | - |
| Lago Cancano | SO | ADDA | 1936 | 1991 | 46 | 44 |
| S. Caterina Valfurva | SO | ADDA | 1952 | 2001 | 30 | 37 |
| Bormio | SO | ADDA | 1933 | 2001 | 54 | 48 |
| Fusino (diga vecchia) | SO | ADDA | 1934 | 1991 | 41 | 45 |
| Tirano | SO | ADDA | 1930 | - | 34 | 28 |
| Scais - Venina (Diga) | SO | ADDA | 1935 | 2001 | 37 | 46 |
| Campo Moro | SO | ADDA | 1961 | 2001 | 29 | - |
| Lanzada | SO | ADDA | 1930 | 2001 | 55 | 51 |
| Sondrio | SO | ADDA | 1930 | 1985 | 25 | - |
| Campo -Val Tartano (Diga ) | SO | ADDA | 1930 | - | 30 | - |
| S. Francesco a Mese | SO | ADDA | 1935 | 1982 | 29 | 39 |
| Codera | SO | ADDA | 1935 | - | 42 | - |
| Valle Ratti | CO | ADDA | 1929 | - | 35 | 40 |
| Dongo | LC | ADDA | 1935 | 1983 | 42 | 27 |
| Introbio-Fornetto | CO | ADDA | 1930 | 1991 | 45 | 32 |
| Como - Villa Geno | LC | ADDA | 1933 | 1967 | 31 | 37 |
| Lecco | CO | ADDA | 1968 | 1999 | 29 | - |
| Olginate | SO | ADDA | 1947 | 2001 | 26 | - |
| S. Martino de Calvi | BG | ADDA | 1941 | - | 29 | 28 |
| Treviglio | BG | ADDA | 1934 | 2001 | 51 | 41 |
| Lodi | LO | ADDA | 1960 | 2001 | 36 | 49 |
| Val Morta | BG | ADDA | 1936 | - | 29 | 48 |
| Clusone | BG | ADDA | 1931 | 2000 | 45 | 42 |
| Bergamo (S. Fermo) | BG | ADDA | 1937 | 2001 | 55 | 47 |
| Crema | CR | ADDA | 1930 | 1970 | 41 | 39 |
| Codogno | LO | ADDA-LAMBRO | 1934 | 2001 | 53 | 50 |
| Asso | CO | LAMBRO | 1937 | - | 33 | 37 |
| Costa Masnaga | CO | LAMBRO | 1950 | 2000 | 25 | - |
| Carate Brianza | MI | LAMBRO | 1939 | 2001 | 25 | 27 |
| Varese | VA | LAMBRO | 1933 | 2001 | 55 | 49 |
| Venegono Inferiore | VA | LAMBRO | 1956 | - | 29 | 35 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Gallarate | VA | LAMBRO-TICINO | 1931 | 1974 | 28 | - |
| Busto Arsizio | VA | LAMBRO-TICINO | 1934 | 1996 | 47 | 42 |
| Cannobio | NO | TICINO | 1939 | 1991 | 48 | 43 |
| Lago Delio | VA | TICINO | 1951 | 2001 | 35 | 28 |
| Porlezza | CO | TICINO | 1934 | - | 26 | - |
| Lavena Ponte Tresa | VA | TICINO | 1936 | 2001 | 53 | 50 |
| Iselle | VB | TICINO | 1933 | 1973 | 38 | 29 |
| Domodossola (Calice) | VB | TICINO | 1930 | 1998 | 43 | 44 |
| Rovesca | VB | TICINO | 1933 | 1998 | 41 | 38 |
| Macugnaga (Quarazza) | VB | TICINO | 1933 | 2001 | 30 | - |
| Ispra | VA | TICINO | 1960 | 1997 | 30 | 32 |
| Gignese | VB | TICINO | 1931 | 1968 | 33 | - |
| Lesa | NO | TICINO | 1930 | 1998 | 31 | - |
| Miorina (sbarr.- a valle) | VA | TICINO | 1944 | 2001 | 35 | 55 |
| Bereguardo | PV | TICINO | 1968 | 2001 | 26 | - |
| Borgomanero | NO | TICINO | 1938 | 2001 | 55 | 53 |
| Momo | NO | TERAGOGNA | 1936 | 2001 | 27 | - |
| Novara | NO | TERAGOGNA | 1930 | 2001 | 48 | 45 |
| Mortara | PV | TERAGOGNA | 1932 | 2001 | 26 | - |
| Camasco | VC | SESIA | 1940 | 1978 | 33 | 32 |
| Varallo Sesia | VC | SESIA | 1929 | 1991 | 56 | 33 |
| Grignasco | VC | SESIA | 1940 | 1974 | 31 | - |
| Romagnano Sesia | NO | SESIA | 1951 | 1991 | 44 | 36 |
| Vercelli | VC | SESIA | 1929 | 1991 | 64 | 45 |
| Alessandria (Aeroporto) | AL | TANARO | 1933 | 1985 | 35 | 38 |
| Gavi C.le | AL | TANARO | 1932 | 1968 | 32 | - |
| Torriglia | GE | SCRIVIA | 1930 | 1958 | 25 | - |
| Isola del Cantone | GE | SCRIVIA | 1931 | 1986 | 43 | 33 |
| Tortona (Castello) | AL | SCRIVIA | 1943 | 1991 | 36 | 40 |
| Montemarzino | AL | CURONE | 1937 | 1991 | 44 | 41 |
| Varzi | PV | STAFFORA | 1937 | 1991 | 44 | 41 |
| Voghera | PV | STAFFORA | 1933 | 1991 | 53 | 44 |
| Molato Diga | PC | TIDONE | 1938 | 1991 | 32 | 44 |
| Sarmato | PC | TIDONE | 1943 | 1991 | 39 | 33 |
| Loco Carchelli C.le | GE | TREBBIA | 1930 | 1991 | 56 | 36 |
| Losso C.le | PC | TREBBIA | 1929 | 1991 | 42 | 34 |
| Boschi D'Aveto Diga | PC | TREBBIA | 1929 | 1991 | 56 | 46 |
| Bobbio | PC | TREBBIA | 1937 | 1991 | 50 | 40 |
| Ferriere | PC | NURE | 1930 | 1991 | 44 | 39 |
| Fiorenzuola D'Arda | PC | ARDA | 1937 | 1991 | 30 | 36 |
| Marra C.le | PR | PARMA | 1929 | 1986 | 51 | 39 |
| Poviglio | RE | ENZACROSTOLO | 1963 | 1991 | 30 | 35 |
| Boretto | RE | ENZACROSTOLO | 1956 | 1991 | 28 | 26 |

## 3.3. Stime dei parametri delle linee segnalatrici in siti strumentati con riferimento al territorio lombardo

### *Verifica dell'ioptesi di autosomiglianza statistica della precipitazione con la durata*

Per l'applicazione del metodo scala invariante occorre innanzitutto provvedere ad un controllo dell'autosomiglianza statistica della precipitazione con la durata, ovvero dell'eq.(13). Per ciascuna delle stazioni menzionate nel precedente paragrafo, Tabella 3.2 riporta i valori dell'esponente di scala *n* per i primi quattro momenti rispetto all'origine ed anche la differenza in percentuale tra l'esponente del primo momento e quello del quarto momento, relativamente alle durate comprese nell'intervallo 1-24 ore. Tale differenza quantifica lo scostamento dall'ipotesi di invarianza di scala semplice. Dall'analisi di Tabella 3.2 si evince come in 94 stazioni su 105 (90%) lo scostamento tra l'esponente del primo e quello del quarto momento è inferiore al 15%, indicando come l'autosomiglianza statistica della precipitazione con la durata risulti essere verificata.

Tabella 3.2. Verifica dell'ipotesi di autosomiglianza statistica della precipitazione relativamente alle durate 1-24 ore.

| | **d [ore] = 1, 3, 6, 12, 24** | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **STAZIONE** | $n_1$ | $n_2$ | $n_3$ | $n_4$ | $\Delta n_{1\text{-}4}$ % |
| Madonna di Campiglio | 0.451 | 0.425 | 0.391 | 0.364 | 19 |
| Tione di Trento | 0.487 | 0.484 | 0.484 | 0.486 | 0 |
| Riva Torbole (Centr.) | 0.347 | 0.342 | 0.334 | 0.328 | 5 |
| Bezzecca | 0.365 | 0.351 | 0.334 | 0.318 | 13 |
| Peschiera del Garda | 0.25 | 0.244 | 0.22 | 0.2 | 20 |
| Monzambano Virgilio | 0.227 | 0.224 | 0.222 | 0.221 | 3 |
| Volta Mantovana | 0.264 | 0.251 | 0.239 | 0.227 | 14 |
| Mantova | 0.213 | 0.224 | 0.211 | 0.212 | 0 |
| Governolo | 0.255 | 0.244 | 0.234 | 0.227 | 11 |
| Castel Goffredo | 0.245 | 0.225 | 0.204 | 0.183 | 25 |
| Piubega | 0.25 | 0.234 | 0.211 | 0.188 | 25 |
| Ceresara | 0.238 | 0.233 | 0.214 | 0.196 | 17 |
| Ghedi | 0.237 | 0.228 | 0.218 | 0.208 | 12 |
| Calvisano | 0.255 | 0.257 | 0.25 | 0.25 | 2 |
| Edolo | 0.435 | 0.42 | 0.411 | 0.403 | 8 |
| Lago D'Arno | 0.448 | 0.446 | 0.443 | 0.442 | 1 |
| Breno | 0.32 | 0.32 | 0.317 | 0.316 | 1 |
| Vilminore | 0.524 | 0.529 | 0.534 | 0.539 | 3 |
| Borgonato | 0.278 | 0.28 | 0.278 | 0.28 | 1 |
| Chiari | 0.248 | 0.252 | 0.258 | 0.267 | 8 |
| Fontanella | 0.276 | 0.273 | 0.272 | 0.273 | 1 |
| Orzinuovi | 0.254 | 0.238 | 0.226 | 0.212 | 17 |
| Memmo | 0.393 | 0.383 | 0.372 | 0.364 | 7 |
| Bozzolo | 0.255 | 0.241 | 0.228 | 0.215 | 16 |
| Gaver (Diga di) | 0.475 | 0.477 | 0.479 | 0.482 | 2 |
| Gavardo | 0.332 | 0.323 | 0.311 | 0.298 | 10 |
| S. Matteo Chiaviche | 0.29 | 0.283 | 0.276 | 0.271 | 7 |
| Cremona | 0.292 | 0.296 | 0.307 | 0.323 | 11 |
| Pieve S.Giacomo | 0.259 | 0.25 | 0.244 | 0.241 | 7 |
| Casalmaggiore | 0.251 | 0.258 | 0.267 | 0.275 | 10 |
| Livigno | 0.486 | 0.483 | 0.482 | 0.482 | 1 |
| Lago Cancano | 0.529 | 0.542 | 0.544 | 0.55 | 4 |
| S. Caterina Valfurva | 0.498 | 0.508 | 0.513 | 0.522 | 5 |
| Bormio | 0.496 | 0.502 | 0.501 | 0.5 | 1 |
| Fusino (diga vecchia) | 0.464 | 0.455 | 0.447 | 0.441 | 5 |
| Tirano | 0.307 | 0.276 | 0.245 | 0.219 | 29 |
| Scais - Venina (Diga) | 0.537 | 0.539 | 0.54 | 0.54 | 1 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Campo Moro | 0.466 | 0.459 | 0.449 | 0.438 | 6 |
| Lanzada | 0.453 | 0.451 | 0.449 | 0.447 | 1 |
| Sondrio | 0.404 | 0.395 | 0.386 | 0.376 | 7 |
| Campo - Val Tartano (Diga ) | 0.415 | 0.41 | 0.402 | 0.396 | 5 |
| S. Francesco a Mese | 0.465 | 0.469 | 0.47 | 0.472 | 1 |
| Codera | 0.339 | 0.333 | 0.326 | 0.319 | 6 |
| Valle Ratti | 0.37 | 0.375 | 0.367 | 0.366 | 1 |
| Dongo | 0.387 | 0.39 | 0.385 | 0.383 | 1 |
| Introbio-Fornetto | 0.354 | 0.345 | 0.335 | 0.327 | 8 |
| Como - Villa Geno | 0.296 | 0.288 | 0.275 | 0.262 | 11 |
| Lecco | 0.27 | 0.263 | 0.251 | 0.239 | 12 |
| Olginate | 0.302 | 0.302 | 0.303 | 0.305 | 1 |
| S. Martino de Calvi | 0.389 | 0.385 | 0.381 | 0.378 | 3 |
| Treviglio | 0.252 | 0.242 | 0.225 | 0.214 | 15 |
| Lodi | 0.264 | 0.267 | 0.272 | 0.277 | 5 |
| Val Morta | 0.487 | 0.486 | 0.484 | 0.484 | 1 |
| Clusone | 0.378 | 0.379 | 0.376 | 0.375 | 1 |
| Bergamo (S. Fermo) | 0.288 | 0.29 | 0.289 | 0.29 | 1 |
| Crema | 0.239 | 0.25 | 0.237 | 0.238 | 0 |
| Codogno | 0.29 | 0.284 | 0.279 | 0.277 | 5 |
| Asso | 0.352 | 0.35 | 0.349 | 0.347 | 1 |
| Costa Masnaga | 0.297 | 0.308 | 0.317 | 0.323 | 8 |
| Carate Brianza | 0.321 | 0.319 | 0.317 | 0.317 | 1 |
| Varese | 0.335 | 0.341 | 0.356 | 0.378 | 13 |
| Venegono Inferiore | 0.288 | 0.286 | 0.287 | 0.289 | 0 |
| Gallarate | 0.297 | 0.296 | 0.293 | 0.288 | 3 |
| Busto Arsizio | 0.278 | 0.28 | 0.272 | 0.275 | 1 |
| Cannobio | 0.412 | 0.42 | 0.429 | 0.438 | 6 |
| Lago Delio | 0.414 | 0.417 | 0.42 | 0.423 | 2 |
| Porlezza | 0.332 | 0.32 | 0.31 | 0.302 | 9 |
| Lavena Ponte Tresa | 0.395 | 0.393 | 0.391 | 0.389 | 1 |
| Iselle | 0.583 | 0.566 | 0.539 | 0.509 | 13 |
| Domodossola (Calice) | 0.53 | 0.521 | 0.509 | 0.497 | 6 |
| Rovesca | 0.566 | 0.565 | 0.564 | 0.562 | 1 |
| Macugnaga (Quarazza) | 0.574 | 0.579 | 0.583 | 0.588 | 2 |
| Ispra | 0.369 | 0.362 | 0.356 | 0.35 | 5 |
| Gignese | 0.446 | 0.449 | 0.454 | 0.459 | 3 |
| Lesa | 0.387 | 0.379 | 0.372 | 0.367 | 5 |
| Miorina (sbarr.- a valle) | 0.32 | 0.323 | 0.318 | 0.322 | 1 |
| Bereguardo | 0.267 | 0.268 | 0.275 | 0.285 | 7 |
| Borgomanero | 0.37 | 0.371 | 0.372 | 0.377 | 2 |
| Momo | 0.333 | 0.333 | 0.333 | 0.333 | 0 |
| Novara | 0.328 | 0.331 | 0.335 | 0.342 | 4 |
| Mortara | 0.33 | 0.336 | 0.333 | 0.336 | 2 |
| Camasco | 0.533 | 0.532 | 0.531 | 0.528 | 1 |
| Varallo Sesia | 0.491 | 0.488 | 0.485 | 0.484 | 1 |
| Grignasco | 0.385 | 0.392 | 0.404 | 0.418 | 8 |
| Romagnano Sesia | 0.331 | 0.339 | 0.353 | 0.37 | 12 |
| Vercelli | 0.286 | 0.287 | 0.292 | 0.301 | 5 |
| Alessandria (Aeroporto) | 0.286 | 0.279 | 0.276 | 0.275 | 4 |
| Gavi C.le | 0.417 | 0.411 | 0.408 | 0.406 | 3 |
| Torriglia | 0.425 | 0.417 | 0.408 | 0.397 | 7 |
| Isola del Cantone | 0.376 | 0.348 | 0.317 | 0.289 | 23 |
| Tortona (Castello) | 0.304 | 0.318 | 0.329 | 0.336 | 10 |
| Montemarzino | 0.326 | 0.331 | 0.328 | 0.325 | 0 |
| Varzi | 0.294 | 0.287 | 0.278 | 0.269 | 8 |
| Voghera | 0.286 | 0.285 | 0.289 | 0.297 | 4 |
| Molato Diga | 0.3 | 0.301 | 0.271 | 0.261 | 13 |
| Sarmato | 0.323 | 0.314 | 0.297 | 0.275 | 15 |
| Loco Carchelli C.le | 0.384 | 0.378 | 0.379 | 0.384 | 0 |
| Losso C.le | 0.379 | 0.369 | 0.37 | 0.367 | 3 |
| Boschi D'Aveto Diga | 0.383 | 0.376 | 0.378 | 0.377 | 1 |
| Bobbio | 0.332 | 0.333 | 0.324 | 0.316 | 5 |
| Ferriere | 0.321 | 0.31 | 0.305 | 0.299 | 7 |
| Fiorenzuola D'Arda | 0.305 | 0.3 | 0.293 | 0.292 | 4 |
| Marra C.le | 0.389 | 0.377 | 0.375 | 0.37 | 5 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Poviglio | 0.237 | 0.205 | 0.17 | 0.136 | 42 |
| Boretto | 0.269 | 0.263 | 0.258 | 0.253 | 6 |

In maniera analoga, Tabella 3.3 fornisce i valori dell'esponente di scala *n* per i primi quattro momenti rispetto all'origine ed anche la differenza in percentuale tra l'esponente del primo momento e quello del quarto momento, relativamente alle durate comprese nell'intervallo 1-5 giorni consecutivi. Dalla Tabella 3.3 si evince come in 68 stazioni su 83 (82%) lo scostamento tra l'esponente del primo e quello del quarto momento è inferiore al 15%, indicando come, anche in questo caso, l'autosomiglianza statistica della precipitazione con la durata risulti essere verificata.

Tabella 3.3. Verifica dell'ipotesi di autosomiglianza statistica della precipitazione relativamente alle durate 1-5 giorni.

| | **d [giorni] = 1, 2, 3, 4, 5** | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **STAZIONE** | **$n_1$** | **$n_2$** | **$n_3$** | **$n_4$** | **$\Delta n_{1-4}$ %** |
| Madonna di Campiglio | 0.467 | 0.469 | 0.47 | 0.472 | 1 |
| Tione di Trento | 0.473 | 0.481 | 0.487 | 0.492 | 4 |
| Riva Torbole (Centr.) | 0.439 | 0.451 | 0.467 | 0.481 | 10 |
| Bezzecca | 0.416 | 0.425 | 0.432 | 0.437 | 5 |
| Peschiera del Garda | 0.326 | 0.32 | 0.316 | 0.312 | 4 |
| Monzambano Virgilio | 0.292 | 0.295 | 0.295 | 0.295 | 1 |
| Volta Mantovana | 0.332 | 0.333 | 0.332 | 0.332 | 0 |
| Mantova | 0.238 | 0.239 | 0.219 | 0.206 | 13 |
| Governolo | 0.26 | 0.242 | 0.225 | 0.21 | 19 |
| Castel Goffredo | 0.298 | 0.299 | 0.3 | 0.301 | 1 |
| Piubega | 0.301 | 0.293 | 0.278 | 0.256 | 15 |
| Ceresara | - | - | - | - | - |
| Ghedi | 0.293 | 0.301 | 0.313 | 0.33 | 13 |
| Calvisano | 0.295 | 0.295 | 0.297 | 0.299 | 1 |
| Edolo | 0.375 | 0.381 | 0.388 | 0.394 | 5 |
| Lago D'Arno | 0.409 | 0.413 | 0.416 | 0.419 | 2 |
| Breno | 0.396 | 0.395 | 0.393 | 0.389 | 2 |
| Vilminore | - | - | - | - | - |
| Borgonato | 0.366 | 0.341 | 0.325 | 0.29 | 21 |
| Chiari | 0.33 | 0.338 | 0.351 | 0.364 | 10 |
| Fontanella | 0.312 | 0.32 | 0.333 | 0.351 | 13 |
| Orzinuovi | 0.346 | 0.357 | 0.373 | 0.394 | 14 |
| Memmo | 0.422 | 0.411 | 0.391 | 0.363 | 14 |
| Bozzolo | 0.294 | 0.282 | 0.27 | 0.262 | 11 |
| Gaver (Diga di) | 0.467 | 0.465 | 0.461 | 0.456 | 2 |
| Gavardo | - | - | - | - | - |
| S. Matteo Chiaviche | 0.244 | 0.237 | 0.23 | 0.225 | 8 |
| Cremona | 0.289 | 0.246 | 0.191 | 0.136 | 53 |
| Pieve S.Giacomo | 0.254 | 0.246 | 0.241 | 0.238 | 6 |
| Casalmaggiore | 0.261 | 0.241 | 0.21 | 0.173 | 34 |
| Livigno | - | - | - | - | - |
| Lago Cancano | 0.403 | 0.409 | 0.415 | 0.42 | 4 |
| S. Caterina Valfurva | 0.355 | 0.355 | 0.356 | 0.356 | 0 |
| Bormio | 0.354 | 0.37 | 0.387 | 0.404 | 14 |
| Fusino (diga vecchia) | 0.386 | 0.39 | 0.391 | 0.392 | 1 |
| Tirano | 0.397 | 0.401 | 0.401 | 0.398 | 0 |
| Scais - Venina (Diga) | 0.397 | 0.405 | 0.411 | 0.415 | 5 |
| Campo Moro | - | - | - | - | - |
| Lanzada | 0.45 | 0.448 | 0.445 | 0.442 | 2 |
| Sondrio | - | - | - | - | - |
| Campo - Val Tartano (Diga ) | - | - | - | - | - |
| S. Francesco a Mese | 0.38 | 0.373 | 0.376 | 0.375 | 1 |
| Codera | - | - | - | - | - |
| Valle Ratti | 0.397 | 0.397 | 0.399 | 0.403 | 1 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Dongo | 0.416 | 0.42 | 0.426 | 0.432 | 4 |
| Introbio-Fornetto | 0.374 | 0.37 | 0.368 | 0.366 | 2 |
| Como - Villa Geno | 0.371 | 0.355 | 0.334 | 0.31 | 17 |
| Lecco | - | - | - | - | - |
| Olginate | - | - | - | - | - |
| S. Martino de Calvi | 0.439 | 0.439 | 0.441 | 0.445 | 1 |
| Treviglio | 0.377 | 0.378 | 0.378 | 0.378 | 0 |
| Lodi | 0.352 | 0.348 | 0.345 | 0.343 | 3 |
| Val Morta | 0.482 | 0.479 | 0.472 | 0.461 | 4 |
| Clusone | 0.457 | 0.451 | 0.449 | 0.447 | 2 |
| Bergamo (S. Fermo) | 0.402 | 0.398 | 0.393 | 0.387 | 4 |
| Crema | 0.36 | 0.381 | 0.407 | 0.438 | 22 |
| Codogno | 0.333 | 0.325 | 0.306 | 0.28 | 16 |
| Asso | 0.43 | 0.42 | 0.419 | 0.413 | 4 |
| Costa Masnaga | - | - | - | - | - |
| Carate Brianza | 0.395 | 0.397 | 0.401 | 0.408 | 3 |
| Varese | 0.398 | 0.365 | 0.312 | 0.25 | 37 |
| Venegono Inferiore | 0.402 | 0.403 | 0.404 | 0.404 | 1 |
| Gallarate | - | - | - | - | - |
| Busto Arsizio | 0.397 | 0.388 | 0.405 | 0.404 | 2 |
| Cannobio | 0.403 | 0.406 | 0.41 | 0.414 | 3 |
| Lago Delio | 0.379 | 0.381 | 0.382 | 0.382 | 1 |
| Porlezza | - | - | - | - | - |
| Lavena Ponte Tresa | 0.416 | 0.398 | 0.423 | 0.429 | 3 |
| Iselle | 0.439 | 0.431 | 0.423 | 0.419 | 5 |
| Domodossola (Calice) | 0.435 | 0.428 | 0.42 | 0.411 | 5 |
| Rovesca | 0.443 | 0.434 | 0.441 | 0.44 | 1 |
| Macugnaga (Quarazza) | - | - | - | - | - |
| Ispra | 0.401 | 0.403 | 0.402 | 0.4 | 0 |
| Gignese | - | - | - | - | - |
| Lesa | - | - | - | - | - |
| Miorina (sbarr.- a valle) | 0.421 | 0.414 | 0.407 | 0.401 | 5 |
| Bereguardo | - | - | - | - | - |
| Borgomanero | 0.4 | 0.404 | 0.41 | 0.415 | 4 |
| Momo | - | - | - | - | - |
| Novara | 0.379 | 0.385 | 0.399 | 0.42 | 11 |
| Mortara | - | - | - | - | - |
| Camasco | 0.417 | 0.416 | 0.416 | 0.416 | 0 |
| Varallo Sesia | 0.408 | 0.414 | 0.424 | 0.436 | 7 |
| Grignasco | - | - | - | - | - |
| Romagnano Sesia | 0.414 | 0.425 | 0.436 | 0.448 | 8 |
| Vercelli | 0.393 | 0.387 | 0.377 | 0.355 | 10 |
| Alessandria (Aeroporto) | 0.396 | 0.419 | 0.451 | 0.488 | 23 |
| Gavi C.le | - | - | - | - | - |
| Torriglia | - | - | - | - | - |
| Isola del Cantone | 0.425 | 0.399 | 0.371 | 0.343 | 19 |
| Tortona (Castello) | 0.281 | 0.246 | 0.222 | 0.207 | 26 |
| Montemarzino | 0.324 | 0.303 | 0.284 | 0.271 | 16 |
| Varzi | 0.326 | 0.328 | 0.336 | 0.348 | 7 |
| Voghera | 0.258 | 0.245 | 0.232 | 0.221 | 14 |
| Molato Diga | 0.322 | 0.307 | 0.287 | 0.263 | 18 |
| Sarmato | 0.317 | 0.315 | 0.312 | 0.31 | 2 |
| Loco Carchelli C.le | 0.388 | 0.383 | 0.379 | 0.375 | 3 |
| Losso C.le | 0.401 | 0.394 | 0.385 | 0.375 | 7 |
| Boschi D'Aveto Diga | 0.394 | 0.383 | 0.373 | 0.364 | 8 |
| Bobbio | 0.354 | 0.349 | 0.345 | 0.341 | 4 |
| Ferriere | 0.368 | 0.347 | 0.343 | 0.332 | 10 |
| Fiorenzuola D'Arda | 0.311 | 0.302 | 0.291 | 0.281 | 9 |
| Marra C.le | 0.372 | 0.369 | 0.369 | 0.37 | 0 |
| Poviglio | 0.291 | 0.267 | 0.258 | 0.227 | 22 |
| Boretto | 0.248 | 0.243 | 0.236 | 0.23 | 7 |

### *Stima dei parametri del modello scala invariante*

Successivamente si è provveduto alla valutazione dei parametri della LSPP per ogni stazione in base all'ipotesi di invarianza di scala utilizzando la distribuzione generalizzata del valore estremo (GEV). Tabella 3.4 fornisce le stime dei parametri relativamente alle durate 1-24 ore, mentre la Tabella 3.5 riporta le stime dei parametri per le durate 1-5 giorni.

Tabella 3.4. Stima dei parametri della LSPP relativamente alle durate 1-24 ore.

| | **d [ore] = 1, 3, 6, 12, 24** | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **STAZIONE** | **$a_1$[mm/ore$^n$]** | **n** | **ε** | **α** | **κ** |
| Madonna di Campiglio | 16.7 | 0.451 | 0.805 | 0.219 | -0.243 |
| Tione di Trento | 16.4 | 0.487 | 0.88 | 0.18 | -0.083 |
| Riva Torbole (Centr.) | 19.6 | 0.347 | 0.859 | 0.205 | -0.102 |
| Bezzecca | 22.5 | 0.365 | 0.848 | 0.263 | 0.099 |
| Peschiera del Garda | 25.6 | 0.25 | 0.834 | 0.249 | -0.084 |
| Monzambano Virgilio | 27 | 0.227 | 0.853 | 0.255 | 0.043 |
| Volta Mantovana | 23.4 | 0.264 | 0.863 | 0.238 | 0.035 |
| Mantova | 26.9 | 0.213 | 0.808 | 0.244 | -0.175 |
| Governolo | 25 | 0.255 | 0.768 | 0.346 | -0.088 |
| Castel Goffredo | 26.7 | 0.245 | 0.837 | 0.268 | -0.031 |
| Piubega | 27.7 | 0.25 | 0.819 | 0.236 | -0.161 |
| Ceresara | 27.6 | 0.238 | 0.775 | 0.231 | -0.29 |
| Ghedi | 27.6 | 0.237 | 0.828 | 0.248 | -0.107 |
| Calvisano | 27.1 | 0.255 | 0.832 | 0.292 | 0.048 |
| Edolo | 15.9 | 0.435 | 0.866 | 0.232 | 0.014 |
| Lago D'Arno | 18.8 | 0.448 | 0.857 | 0.247 | 0.061 |
| Breno | 21.2 | 0.32 | 0.866 | 0.23 | -0.007 |
| Vilminore | 22.9 | 0.524 | 0.84 | 0.247 | -0.066 |
| Borgonato | 27.8 | 0.278 | 0.829 | 0.24 | -0.122 |
| Chiari | 30.9 | 0.248 | 0.841 | 0.265 | -0.025 |
| Fontanella | 26.6 | 0.276 | 0.853 | 0.254 | 0.131 |
| Orzinuovi | 26.6 | 0.254 | 0.861 | 0.241 | 0.049 |
| Memmo | 24 | 0.393 | 0.845 | 0.268 | 0.005 |
| Bozzolo | 31.3 | 0.255 | 0.808 | 0.293 | -0.074 |
| Gaver (Diga di) | 29 | 0.475 | 0.9 | 0.173 | 0.126 |
| Gavardo | 20.5 | 0.332 | 0.871 | 0.224 | 0.032 |
| S. Matteo Chiaviche | 23.5 | 0.29 | 0.856 | 0.25 | 0.028 |
| Cremona | 25.8 | 0.292 | 0.784 | 0.276 | -0.175 |
| Pieve S.Giacomo | 30 | 0.259 | 0.754 | 0.289 | -0.22 |
| Casalmaggiore | 27.8 | 0.251 | 0.827 | 0.242 | -0.124 |
| Livigno | 11.5 | 0.486 | 0.859 | 0.21 | -0.088 |
| Lago Cancano | 11.4 | 0.529 | 0.868 | 0.228 | 0.008 |
| S. Caterina Valfurva | 12.7 | 0.498 | 0.876 | 0.201 | -0.04 |
| Bormio | 10.6 | 0.496 | 0.879 | 0.205 | -0.013 |
| Fusino (diga vecchia) | 11.4 | 0.464 | 0.863 | 0.237 | 0.005 |
| Tirano | 18.1 | 0.307 | 0.821 | 0.242 | -0.142 |
| Scais - Venina (Diga) | 21 | 0.537 | 0.853 | 0.255 | 0.079 |
| Campo Moro | 13.4 | 0.466 | 0.863 | 0.212 | -0.065 |
| Lanzada | 13.7 | 0.453 | 0.891 | 0.189 | 0.073 |
| Sondrio | 16.7 | 0.404 | 0.87 | 0.223 | -0.004 |
| Campo - Val Tartano (Diga ) | 20 | 0.415 | 0.85 | 0.26 | 0.035 |
| S. Francesco a Mese | 21.8 | 0.465 | 0.861 | 0.241 | 0.07 |
| Codera | 25.3 | 0.339 | 0.862 | 0.24 | 0.042 |
| Valle Ratti | 22.7 | 0.37 | 0.874 | 0.219 | 0 |
| Dongo | 29.2 | 0.387 | 0.845 | 0.269 | 0.035 |
| Introbio-Fornetto | 29.9 | 0.354 | 0.842 | 0.272 | -0.003 |
| Como - Villa Geno | 31.9 | 0.296 | 0.847 | 0.248 | -0.039 |
| Lecco | 35.1 | 0.27 | 0.85 | 0.243 | -0.039 |
| Olginate | 31.9 | 0.302 | 0.868 | 0.226 | -0.007 |
| S. Martino de Calvi | 27.7 | 0.389 | 0.873 | 0.22 | 0.082 |
| Treviglio | 29.1 | 0.252 | 0.833 | 0.278 | -0.023 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Lodi | 25.8 | 0.264 | 0.848 | 0.258 | -0.012 |
| Val Morta | 17.6 | 0.487 | 0.906 | 0.163 | 0.16 |
| Clusone | 26.3 | 0.378 | 0.871 | 0.224 | 0.013 |
| Bergamo (S. Fermo) | 29.8 | 0.288 | 0.852 | 0.256 | 0.006 |
| Crema | 27.8 | 0.239 | 0.856 | 0.221 | -0.071 |
| Codogno | 25.8 | 0.29 | 0.828 | 0.256 | -0.088 |
| Asso | 36.5 | 0.352 | 0.866 | 0.232 | 0.073 |
| Costa Masnaga | 36.9 | 0.297 | 0.767 | 0.309 | -0.153 |
| Carate Brianza | 32.2 | 0.321 | 0.836 | 0.261 | -0.047 |
| Varese | 36.3 | 0.335 | 0.812 | 0.241 | -0.17 |
| Venegono Inferiore | 36.8 | 0.288 | 0.861 | 0.241 | 0.031 |
| Gallarate | 36 | 0.297 | 0.828 | 0.202 | -0.222 |
| Busto Arsizio | 35 | 0.278 | 0.851 | 0.259 | 0.022 |
| Cannobio | 37.4 | 0.412 | 0.825 | 0.285 | -0.037 |
| Lago Delio | 33.4 | 0.414 | 0.842 | 0.263 | -0.024 |
| Porlezza | 30.4 | 0.332 | 0.865 | 0.233 | 0.176 |
| Lavena Ponte Tresa | 28.4 | 0.395 | 0.875 | 0.217 | 0.057 |
| Iselle | 18.3 | 0.583 | 0.824 | 0.192 | -0.26 |
| Domodossola (Calice) | 21.2 | 0.53 | 0.842 | 0.271 | -0.006 |
| Rovesca | 20.5 | 0.566 | 0.855 | 0.251 | 0.014 |
| Macugnaga (Quarazza) | 19.6 | 0.574 | 0.847 | 0.264 | -0.005 |
| Ispra | 33.6 | 0.369 | 0.866 | 0.232 | 0.026 |
| Gignese | 31.8 | 0.446 | 0.844 | 0.27 | 0.1 |
| Lesa | 32.5 | 0.387 | 0.855 | 0.252 | 0.053 |
| Miorina (sbarr.- a valle) | 32.6 | 0.32 | 0.841 | 0.276 | 0.04 |
| Bereguardo | 27.7 | 0.267 | 0.797 | 0.278 | -0.133 |
| Borgomanero | 29.9 | 0.37 | 0.851 | 0.248 | -0.024 |
| Momo | 28.6 | 0.333 | 0.85 | 0.26 | 0.049 |
| Novara | 25.9 | 0.328 | 0.821 | 0.261 | -0.099 |
| Mortara | 19.3 | 0.33 | 0.835 | 0.263 | -0.049 |
| Camasco | 36.3 | 0.533 | 0.85 | 0.26 | 0.116 |
| Varallo Sesia | 33.9 | 0.491 | 0.857 | 0.249 | 0.073 |
| Grignasco | 32.4 | 0.385 | 0.84 | 0.272 | -0.011 |
| Romagnano Sesia | 35.6 | 0.331 | 0.833 | 0.239 | -0.109 |
| Vercelli | 27.3 | 0.286 | 0.827 | 0.249 | -0.107 |
| Alessandria (Aeroporto) | 19.5 | 0.286 | 0.842 | 0.273 | 0.046 |
| Gavi C.le | 30.1 | 0.417 | 0.74 | 0.371 | -0.112 |
| Torriglia | 39.9 | 0.425 | 0.847 | 0.266 | 0.001 |
| Isola del Cantone | 33.9 | 0.376 | 0.751 | 0.281 | -0.24 |
| Tortona (Castello) | 28.3 | 0.304 | 0.729 | 0.31 | -0.233 |
| Montemarzino | 21.7 | 0.326 | 0.784 | 0.295 | -0.136 |
| Varzi | 24.9 | 0.294 | 0.833 | 0.246 | -0.092 |
| Voghera | 24.4 | 0.286 | 0.785 | 0.274 | -0.173 |
| Molato Diga | 23 | 0.3 | 0.845 | 0.268 | 0.106 |
| Sarmato | 19 | 0.323 | 0.834 | 0.231 | -0.125 |
| Loco Carchelli C.le | 37.6 | 0.384 | 0.796 | 0.26 | -0.175 |
| Losso C.le | 29.4 | 0.379 | 0.846 | 0.263 | -0.008 |
| Boschi D'Aveto Diga | 29.3 | 0.383 | 0.809 | 0.268 | -0.12 |
| Bobbio | 23.6 | 0.332 | 0.859 | 0.241 | -0.011 |
| Ferriere | 26.2 | 0.321 | 0.85 | 0.261 | 0.012 |
| Fiorenzuola D'Arda | 25.3 | 0.305 | 0.818 | 0.296 | -0.036 |
| Marra C.le | 28.3 | 0.389 | 0.81 | 0.293 | -0.07 |
| Poviglio | 28.3 | 0.237 | 0.821 | 0.311 | 0.032 |
| Boretto | 23.9 | 0.269 | 0.837 | 0.282 | -0.001 |

Tabella 3.5. Stima dei parametri della LSPP relativamente alle durate 1-5 giorni.

| | **d [giorni] = 1, 2, 3, 4, 5** | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **STAZIONE** | **$a_1$[mm/ore$^n$]** | **n** | **ε** | **α** | **k** |
| Madonna di Campiglio | 14.7 | 0.467 | 0.87 | 0.226 | 0.166 |
| Tione di Trento | 15.9 | 0.473 | 0.848 | 0.249 | -0.032 |
| Riva Torbole (Centr.) | 13.5 | 0.439 | 0.844 | 0.225 | -0.105 |
| Bezzecca | 17.9 | 0.416 | 0.857 | 0.242 | -0.014 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Peschiera del Garda | 17.1 | 0.326 | 0.859 | 0.244 | 0.073 |
| Monzambano Virgilio | 19.3 | 0.292 | 0.852 | 0.256 | 0.026 |
| Volta Mantovana | 16.3 | 0.332 | 0.89 | 0.19 | 0.103 |
| Mantova | 24.6 | 0.238 | 0.844 | 0.251 | -0.041 |
| Governolo | 22.7 | 0.26 | 0.827 | 0.301 | 0.135 |
| Castel Goffredo | 19.9 | 0.298 | 0.876 | 0.215 | 0.131 |
| Piubega | 20.9 | 0.301 | 0.864 | 0.236 | 0.069 |
| Ceresara | - | - | - | - | - |
| Ghedi | 20.4 | 0.293 | 0.835 | 0.241 | -0.097 |
| Calvisano | 21.3 | 0.295 | 0.857 | 0.225 | -0.057 |
| Edolo | 19.6 | 0.375 | 0.857 | 0.232 | -0.037 |
| Lago D'Arno | 20.7 | 0.409 | 0.833 | 0.257 | -0.067 |
| Breno | 14.9 | 0.396 | 0.882 | 0.205 | 0.035 |
| Vilminore | - | - | - | - | - |
| Borgonato | 17.8 | 0.366 | 0.851 | 0.205 | -0.134 |
| Chiari | 22 | 0.33 | 0.784 | 0.214 | -0.308 |
| Fontanella | 22.4 | 0.312 | 0.86 | 0.199 | -0.112 |
| Orzinuovi | 17.3 | 0.346 | 0.869 | 0.227 | 0.074 |
| Memmo | 21.8 | 0.422 | 0.848 | 0.264 | 0.011 |
| Bozzolo | 23.8 | 0.294 | 0.848 | 0.264 | 0.014 |
| Gaver (Diga di) | 17.6 | 0.467 | 0.85 | 0.249 | -0.024 |
| Gavardo | - | - | - | - | - |
| S. Matteo Chiaviche | 25 | 0.244 | 0.884 | 0.202 | 0.233 |
| Cremona | 23.5 | 0.289 | 0.83 | 0.236 | -0.125 |
| Pieve S.Giacomo | 26.8 | 0.254 | 0.846 | 0.267 | 0.036 |
| Casalmaggiore | 25 | 0.261 | 0.84 | 0.251 | -0.056 |
| Livigno | - | - | - | - | - |
| Lago Cancano | 15 | 0.403 | 0.856 | 0.249 | 0.031 |
| S. Caterina Valfurva | 18.1 | 0.355 | 0.857 | 0.226 | -0.052 |
| Bormio | 17.3 | 0.354 | 0.823 | 0.254 | -0.107 |
| Fusino (diga vecchia) | 14.7 | 0.386 | 0.83 | 0.22 | -0.167 |
| Tirano | 12.6 | 0.397 | 0.846 | 0.237 | -0.069 |
| Scais - Venina (Diga) | 34 | 0.397 | 0.784 | 0.326 | -0.08 |
| Campo Moro | - | - | - | - | - |
| Lanzada | 13 | 0.45 | 0.859 | 0.244 | 0.002 |
| Sondrio | - | - | - | - | - |
| Campo - Val Tartano (Diga ) | - | - | - | - | - |
| S. Francesco a Mese | 29.1 | 0.38 | 0.833 | 0.279 | -0.021 |
| Codera | - | - | - | - | - |
| Valle Ratti | 19.3 | 0.397 | 0.886 | 0.185 | -0.04 |
| Dongo | 21.5 | 0.416 | 0.873 | 0.221 | 0.012 |
| Introbio-Fornetto | 26.3 | 0.374 | 0.869 | 0.227 | 0.147 |
| Como - Villa Geno | 25.1 | 0.371 | 0.855 | 0.238 | -0.03 |
| Lecco | - | - | - | - | - |
| Olginate | - | - | - | - | - |
| S. Martino de Calvi | 21.6 | 0.439 | 0.859 | 0.245 | 0.019 |
| Treviglio | 16.6 | 0.377 | 0.871 | 0.224 | 0.098 |
| Lodi | 18.8 | 0.352 | 0.847 | 0.264 | 0.001 |
| Val Morta | 18.4 | 0.482 | 0.883 | 0.202 | 0.045 |
| Clusone | 16.8 | 0.457 | 0.87 | 0.225 | 0.144 |
| Bergamo (S. Fermo) | 18.1 | 0.402 | 0.874 | 0.218 | 0.043 |
| Crema | 17.6 | 0.36 | 0.853 | 0.202 | -0.135 |
| Codogno | 20.7 | 0.333 | 0.831 | 0.22 | -0.165 |
| Asso | 24.6 | 0.43 | 0.856 | 0.226 | -0.056 |
| Costa Masnaga | - | - | - | - | - |
| Carate Brianza | 22.3 | 0.395 | 0.835 | 0.216 | -0.161 |
| Varese | 28 | 0.398 | 0.821 | 0.239 | -0.148 |
| Venegono Inferiore | 23.2 | 0.402 | 0.858 | 0.228 | -0.044 |
| Gallarate | - | - | - | - | - |
| Busto Arsizio | 21.4 | 0.397 | 0.857 | 0.235 | -0.028 |
| Cannobio | 34.9 | 0.403 | 0.831 | 0.293 | 0.013 |
| Lago Delio | 34.8 | 0.379 | 0.862 | 0.239 | 0.029 |
| Porlezza | - | - | - | - | - |
| Lavena Ponte Tresa | 25.4 | 0.416 | 0.88 | 0.208 | 0.059 |
| Iselle | 25 | 0.439 | 0.842 | 0.266 | -0.017 |
| Domodossola (Calice) | 29.1 | 0.435 | 0.83 | 0.294 | 0.077 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Rovesca | 28.2 | 0.443 | 0.86 | 0.243 | 0.021 |
| Macugnaga (Quarazza) | - | - | - | - | - |
| Ispra | 27.3 | 0.401 | 0.87 | 0.226 | 0.215 |
| Gignese | - | - | - | - | - |
| Lesa | - | - | - | - | - |
| Miorina (sbarr.- a valle) | 21.6 | 0.421 | 0.867 | 0.22 | -0.026 |
| Bereguardo | - | - | - | - | - |
| Borgomanero | 26 | 0.4 | 0.852 | 0.251 | -0.014 |
| Momo | - | - | - | - | - |
| Novara | 20.2 | 0.379 | 0.83 | 0.248 | -0.098 |
| Mortara | - | - | - | - | - |
| Camasco | 46.6 | 0.417 | 0.834 | 0.268 | -0.042 |
| Varallo Sesia | 39.7 | 0.408 | 0.838 | 0.28 | 0.026 |
| Grignasco | - | - | - | - | - |
| Romagnano Sesia | 23.8 | 0.414 | 0.839 | 0.239 | -0.091 |
| Vercelli | 17.8 | 0.393 | 0.821 | 0.226 | -0.179 |
| Alessandria (Aeroporto) | 12.8 | 0.396 | 0.832 | 0.226 | -0.147 |
| Gavi C.le | - | - | - | - | - |
| Torriglia | - | - | - | - | - |
| Isola del Cantone | 24.4 | 0.425 | 0.804 | 0.328 | -0.02 |
| Tortona (Castello) | 25.3 | 0.281 | 0.762 | 0.26 | -0.259 |
| Montemarzino | 18.8 | 0.324 | 0.788 | 0.283 | -0.15 |
| Varzi | 21.5 | 0.326 | 0.822 | 0.24 | -0.144 |
| Voghera | 24.8 | 0.258 | 0.813 | 0.25 | -0.149 |
| Molato Diga | 21.1 | 0.322 | 0.819 | 0.258 | -0.113 |
| Sarmato | 18.7 | 0.317 | 0.855 | 0.251 | 0.004 |
| Loco Carchelli C.le | 34.5 | 0.388 | 0.841 | 0.265 | -0.023 |
| Losso C.le | 25.3 | 0.401 | 0.861 | 0.24 | 0.029 |
| Boschi D'Aveto Diga | 26.2 | 0.394 | 0.85 | 0.26 | 0.098 |
| Bobbio | 20.8 | 0.354 | 0.851 | 0.258 | 0.141 |
| Ferriere | 22 | 0.368 | 0.869 | 0.227 | 0.151 |
| Fiorenzuola D'Arda | 22.1 | 0.311 | 0.841 | 0.267 | -0.019 |
| Marra C.le | 27.9 | 0.372 | 0.855 | 0.25 | 0.026 |
| Poviglio | 24.1 | 0.291 | 0.833 | 0.241 | -0.108 |
| Boretto | 23.7 | 0.248 | 0.861 | 0.241 | 0.078 |

# 4. La valutazione delle LSPP in siti privi di misure con riferimento al territorio lombardo

## 4.1. Spazializzazione dei parametri della LSPP per precipitazioni di durata compresa tra 1 e 24 ore

In tale sezione verranno illustrate le mappe spaziali dei parametri della LSPP con riferimento a precipitazioni di durata compresa tra 1 e 24 ore. A partire dalle stime puntuali dei parametri delle LSPP (riportate nel capitolo precedente) in ciascuno dei siti strumentati si è effettuato una spazializzazione dell'informazione pluviometrica al fine di ottenere una mappa relativa all'intero territorio lombardo per ciascuno dei parametri della LSPP. La spazializzazione è stata effettuata mediante un variogramma di tipo sferico che meglio si è dimostrato interpretare la variabilità dei parametri considerati. Figura 4.1 fornisce la mappa del coefficiente $a_1$ per l'intero territorio lombardo.

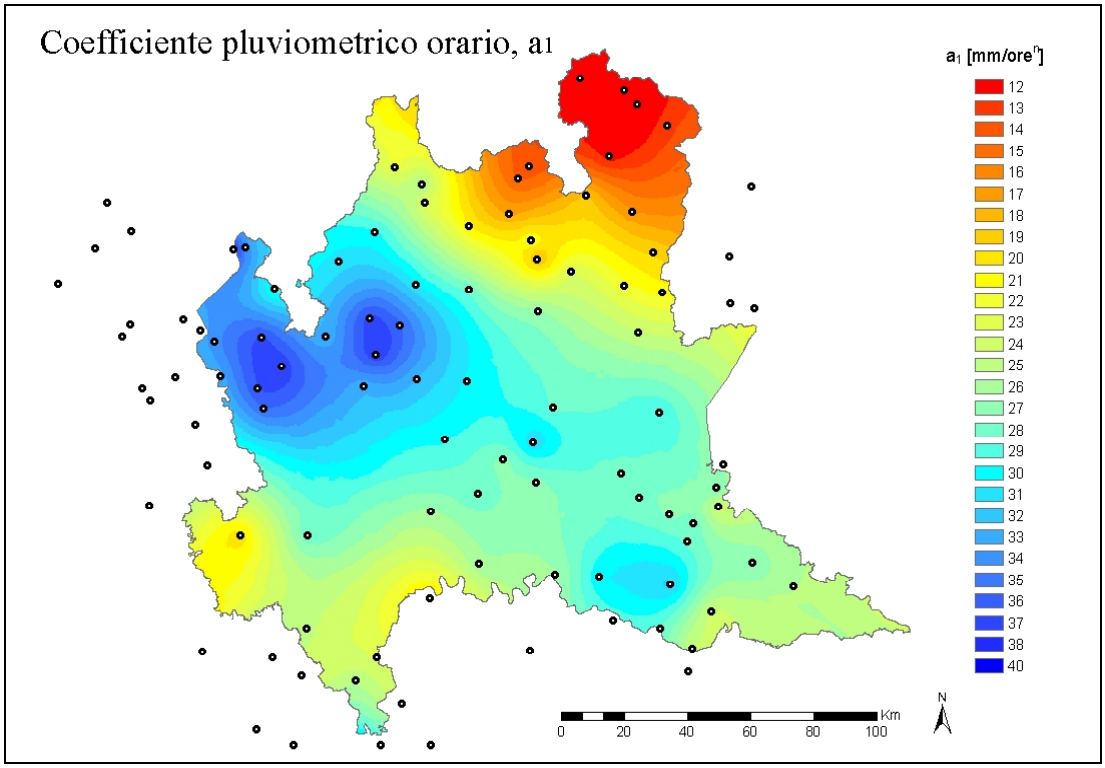



Figura 4.1. Mappa del coefficiente pluviometrico orario $a_1$, con riferimento alle durate comprese tra 1 e 24 ore.

Dalla Figura 4.1, è possibile individuare una direzione principale di decrescita del parametro $a_1$, orientata secondo l'asse SW-NE. In particolare si identificano due zone distinte caratterizzate da opposti regimi pluviometrici: una coincidente con provincia di Varese e la parte meridionale delle province di Como e Lecco, e l'altra comprendente la zona nord orientale della provincia di Sondrio. La prima macro zona è caratterizzata dai

massimi valori del coefficiente $a_1$, la seconda zona dai valori più bassi. E' importante notare come la direzione SW-NE caratterizzi anche la direzione delle principali perturbazioni che apportano precipitazioni nella zona pedemontana e nelle Alpi orientali. Dal punto di vista meteorologico, le masse d'aria cariche di umidità, provenienti da SW, incontrano i primi controlli orografici delle Pre-Alpi varesine, sono costrette a sollevarsi, quindi si raffreddano e condensano. Oltrepassati i primi controlli orografici e diminuito il carico di umidità, i successivi rovesci sono caratterizzati da una minore quantità di precipitazione; questo spiegherebbe anche il comportamento del parametro $a_1$ illustrato nella Figura 4.1.

Figura 4.2 riporta la mappa del coefficiente *n* per l'intero territorio lombardo.

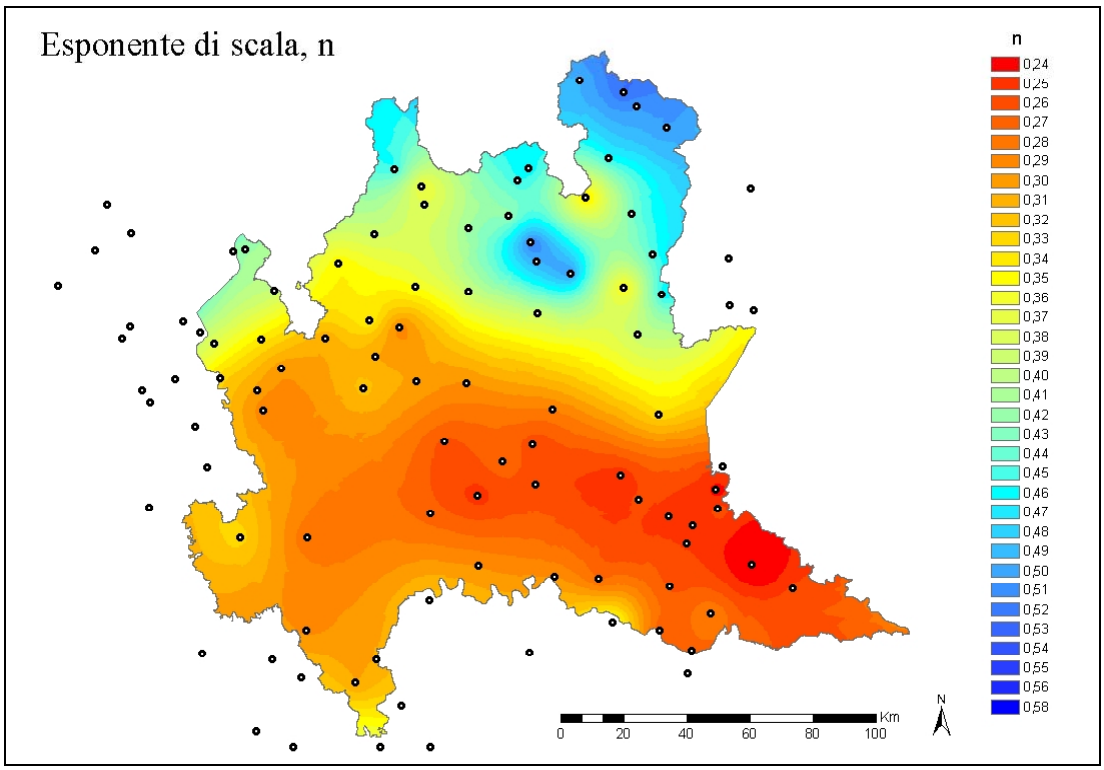



Figura 4.2: Mappa dell'esponente di scala n, con riferimento alle durate comprese tra 1 e 24 ore.

Dalla Figura 4.2 si evidenzia un'apprezzabile dipendenza tra il valore di *n* e la quota. In particolare, a valori di quota crescenti corrispondono valori crescenti dell'esponente *n*. In particolare le isolinee di *n* ben si raccordano con le curve di livello. Anche la risalita dei valori dell'esponente nell'estremità sud occidentale della regione, dove la pianura inizia a lasciare posto ai primi pendii degli Appennini, conferma la stretta dipendenza di *n* con la quota.

Figure 4.3, 4.4 e 4.5 forniscono rispettivamente la mappa dei parametri ε, α e κ per l'intero territorio lombardo.

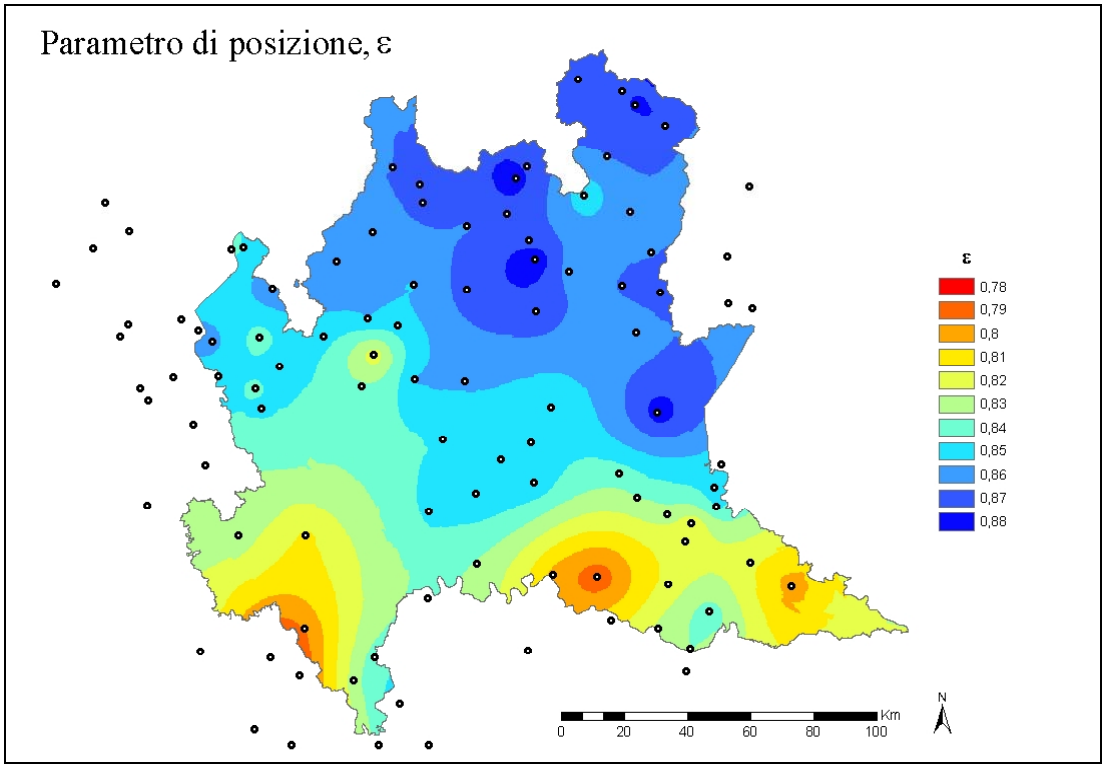



Figura 4.3. Mappa del parametro di locazione ε, con riferimento alle durate comprese tra 1 e 24 ore.

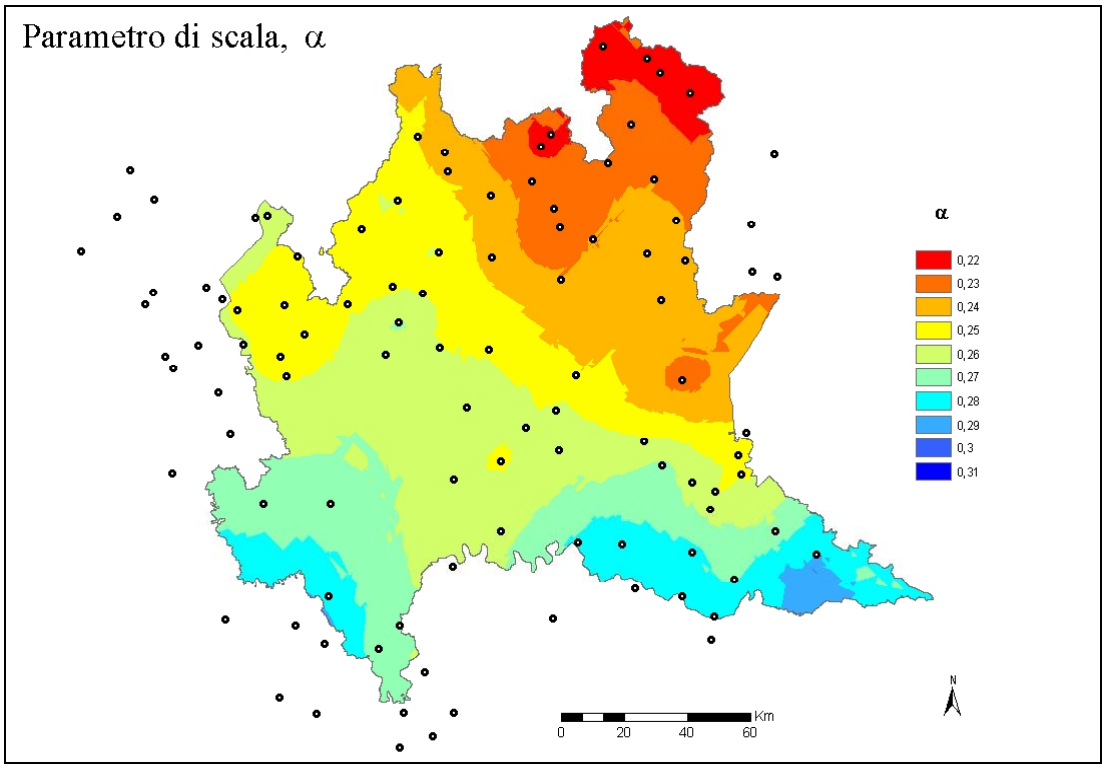



Figura 4.4. Mappa del parametro di scala α, con riferimento alle durate comprese tra 1 e 24 ore.

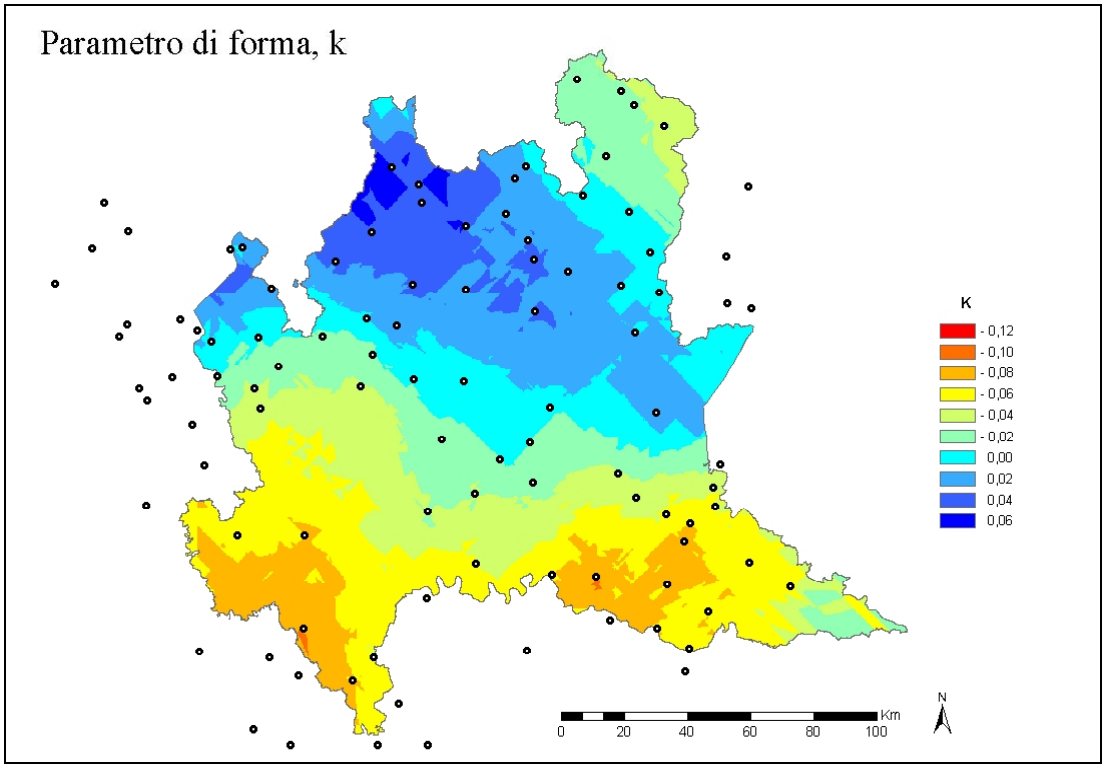



Figura 4.5. Mappa del parametro di forma κ, con riferimento alle durate comprese tra 1 e 24 ore.

Dalla Figura 4.5 si evidenzia una dipendenza dei valori di κ con la quota; in particolare al crescere della quota, cresce il parametro κ. Raggruppando i valori di κ > -0.05 in un'unica classe (cfr. Figura 4.6) si nota come la fascia altimetrica al di sopra dell'isoipsa 200 m è caratterizzata da un valore di κ > -0.05.

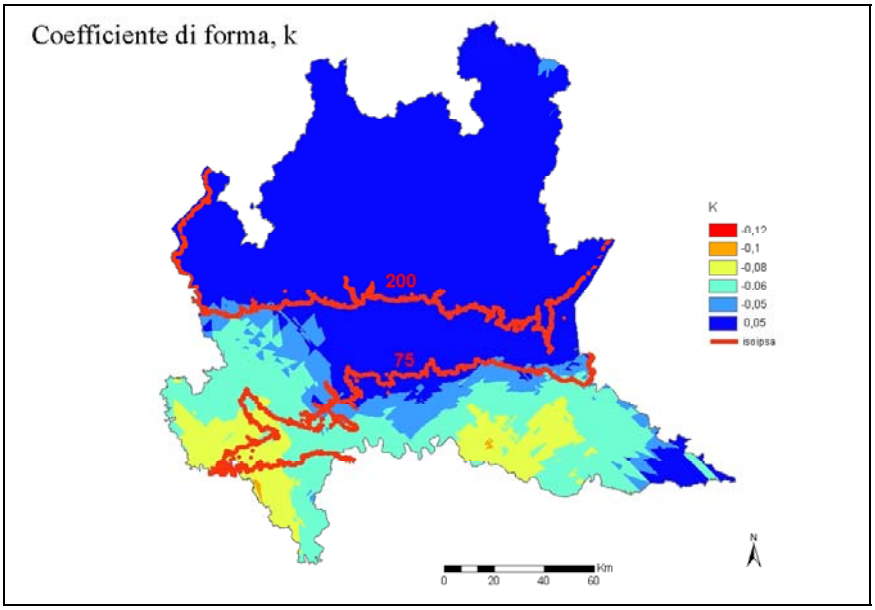



Figura 4.6. Ridefinizione degli intervalli di variabilità del parametro κ, con indicazione di alcune curve di livello.

A partire dalle mappe dei parametri ε, α, κ, si è provveduto a costruire la corrispondente mappa del quantile dell'altezza di precipitazione normalizzata per un periodo di ritorno *T* di 10 e 200 anni, cfr. Figure 4.7 e 4.8.

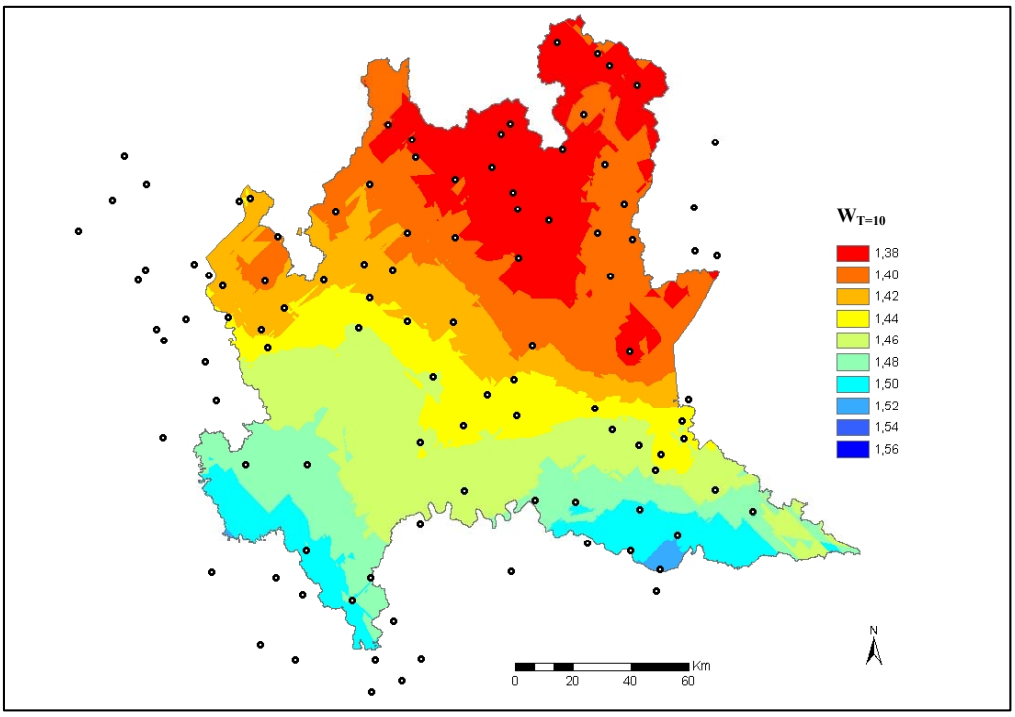



Figura 4.7. Mappa del quantile normalizzato per un periodo di ritorno T=10 anni, ottenuta a partire dalle mappe dei parametri ε, α, κ.

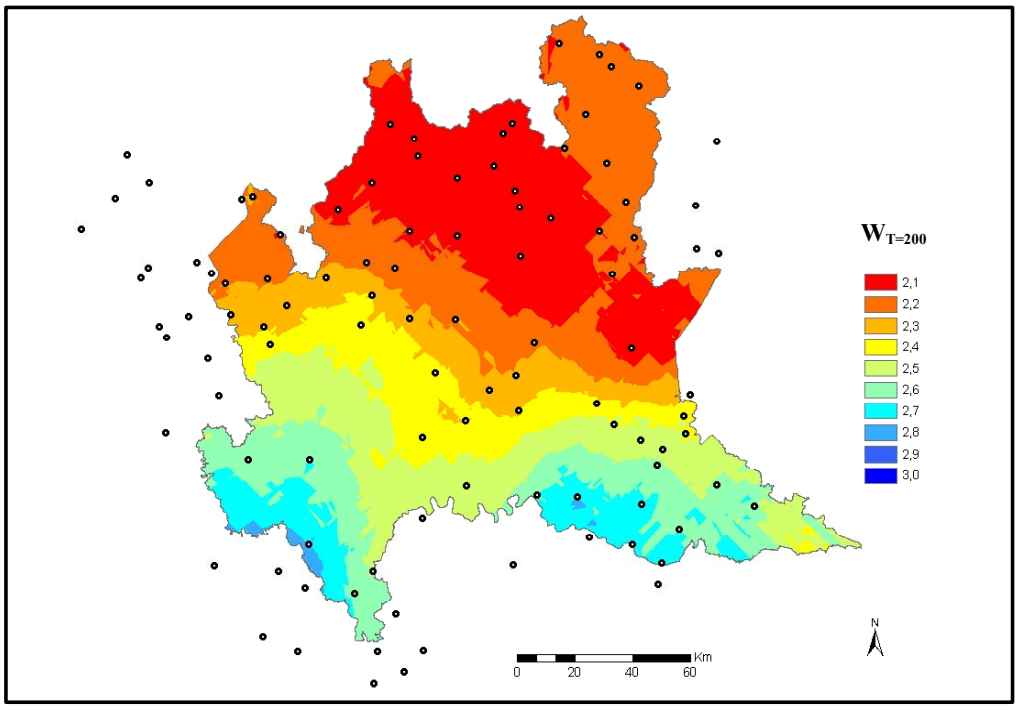



Figura 4.8. Mappa del quantile normalizzato per un periodo di ritorno T=200 anni, , ottenuta a partire dalle mappe dei parametri ε, α, κ..

In maniera alternativa, le mappe di $w_T$ (con T=10, 200 anni) sono state ottenute spazializzando il quantile normalizzato stimato nei punti di misura, cfr Figure 4.9 e 4.10.

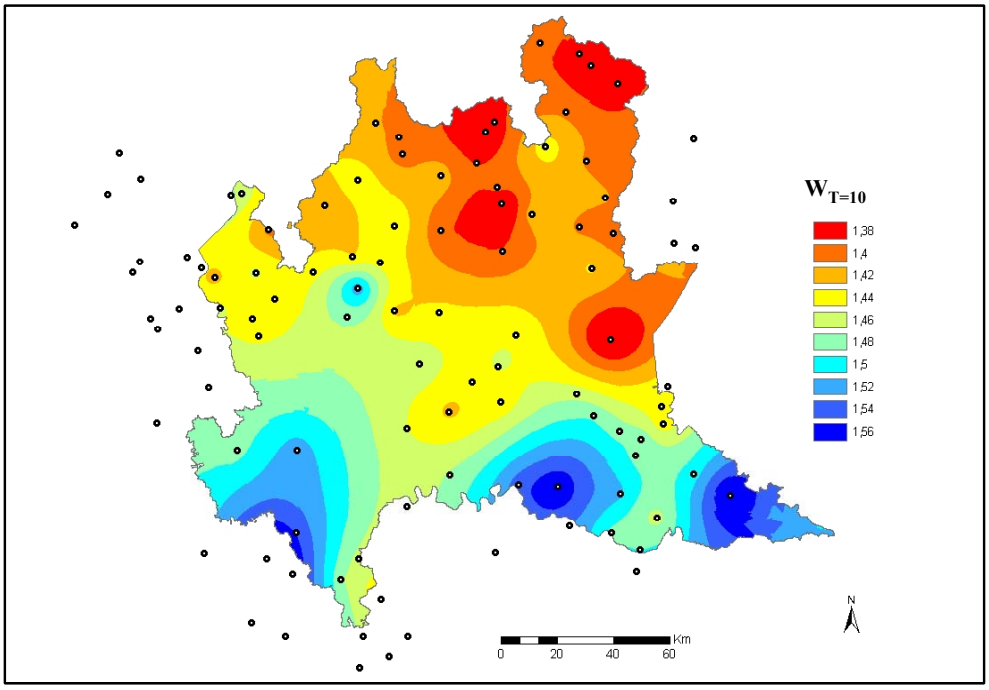



Figura 4.9. Mappa del quantile normalizzato per un periodo di ritorno T=10 anni, ottenuta spazializzando il quantile normalizzato stimato nei punti di misura.

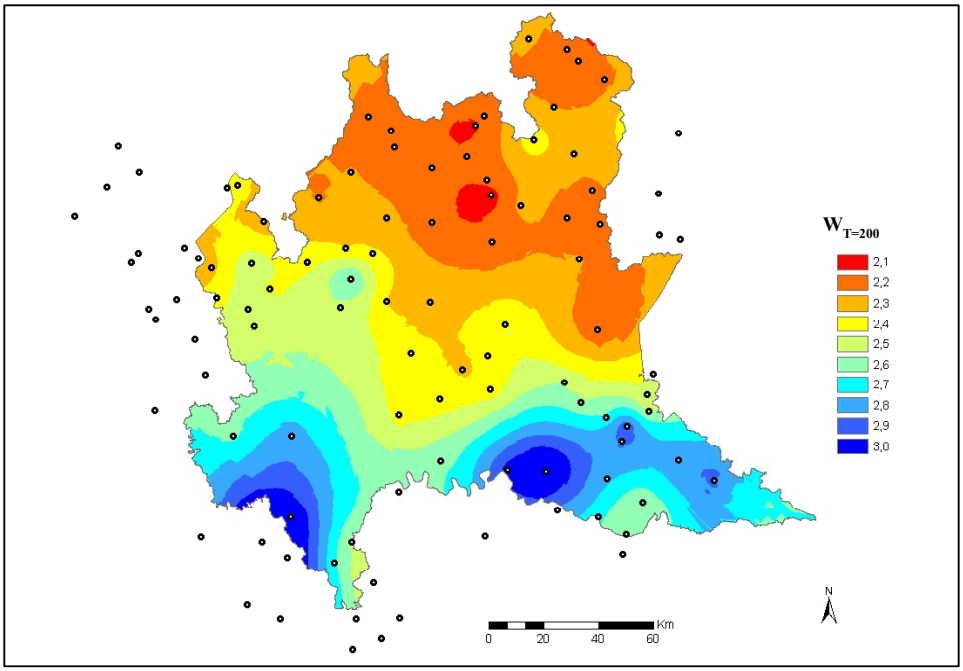



Figura 4.10. Mappa del quantile normalizzato per un periodo di ritorno T=10 anni, ottenuta spazializzando il quantile normalizzato stimato nei punti di misura.

Successivamente le mappe di $w_T$ (con $T = 10$, 200 anni) ottenute a partire dalle mappe dei parametri sono state confrontate con le mappe di $w_T$ (con $T = 10$, 200 anni) ottenibili dalla spazializzazione del quantile normalizzato stimato nei punti di misura; in particolare si è provveduto ad effettuare un'analisi a campione su cinque punti del dominio (cfr. Figura 4.11). Per ciascuno dei punti considerati, si è calcolato il quantile normalizzato $w_T$, per tempi di ritorno di 10, 50, 100, 200 e 300 anni, sia utilizzando le mappe dei parametri che la spazializzazione diretta dei quantili, cfr. Figura 4.12. Le due metodologie adoperate forniscono risultati pressoché simili, in particolare, il maggiore scarto percentuale si verifica nel punto 5, in corrispondenza di un periodo di ritorno di 300 anni ed è pari al 12,7%. E', comunque, importante notare come le stime dei quantili ottenute mediante la spazializzazione dei parametri risultino sempre inferiori a quelle calcolate attraverso la spazializzazione diretta del quantile; questo è spiegato dalla relazione che lega i parametri ε, α, e κ al quantile normalizzato, $w_T = 1 + (\alpha/\kappa)\,[1 - \Gamma(1 + \kappa)] - (\alpha/\kappa)\,(\ln [T/(T-1)])^{\kappa}$; la dipendenza fortemente non lineare di $w_T$ dal parametro di forma $\kappa$, fa si che la spazializzazione del quantile $w_T$ sia fortemente influenzata dalla spazializzazione del parametro $\kappa$, parametro che risulta sempre molto difficile da stimare. Per questo motivo si consiglia la spazializzazione diretta del quantile puntuale calcolato in corrispondenza delle stazioni di misura. Figura 4.13 vengono riportate le mappe del quantile normalizzato per i periodi di ritorno T = 2, 5, 10, 20, 50, 100 e 200 anni.

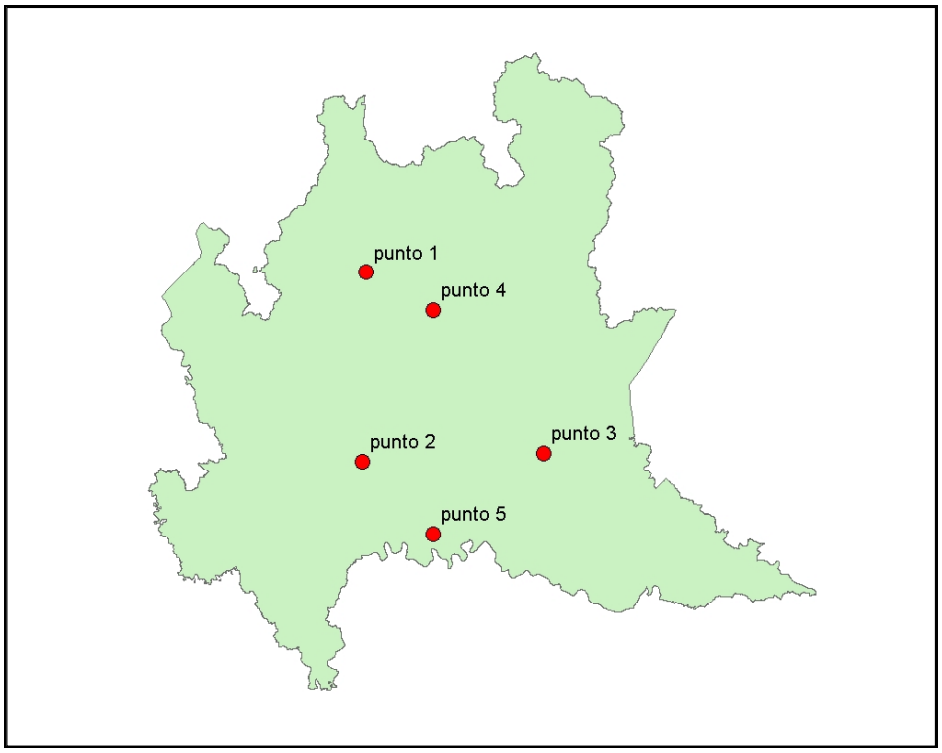



Figura 4.11. Ubicazione dei 5 punti campione ove si è condotta il confronto tra le due diverse metodologie di spazializzazione del quantile, $w_T$.

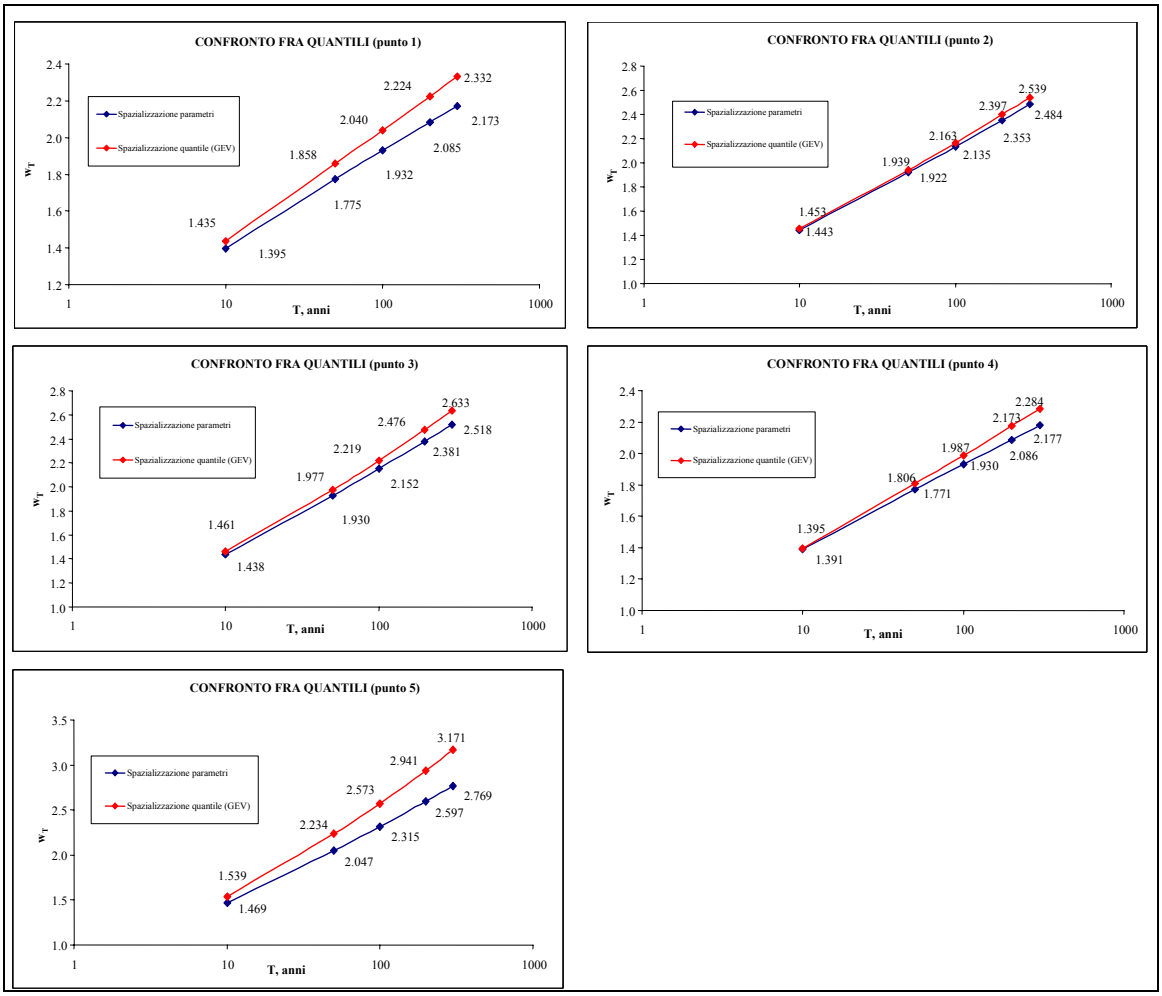
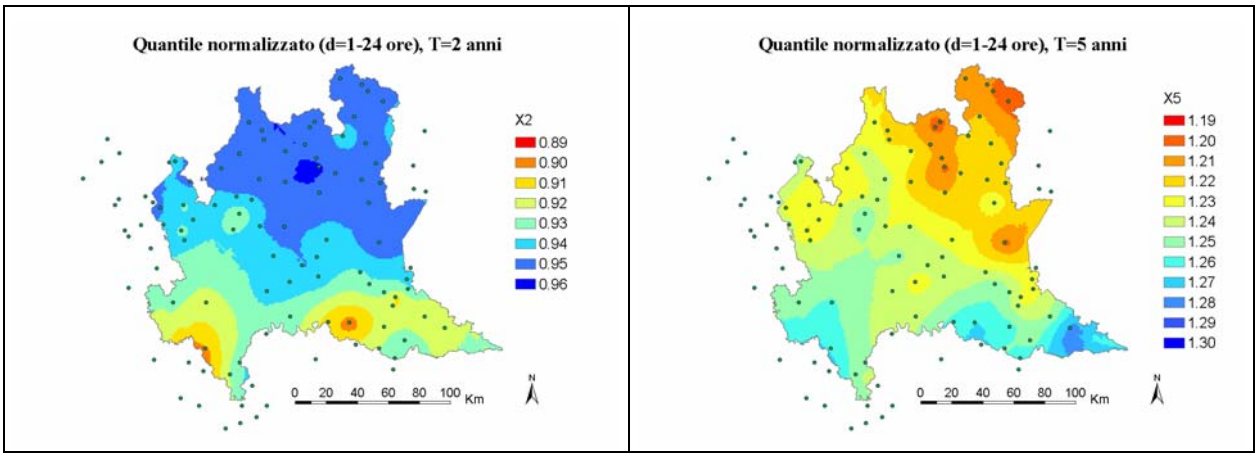



Figura 4.12. Confronto tra i quantili $w_T$ ($T$ = 10, 50, 100, 200 e 300 anni) ottenuti dalla spazializzazione dei parametri con quelli calcolati spazializzando direttamente i quantili calcolati nei siti strumentati, per i 5 punti di controllo.



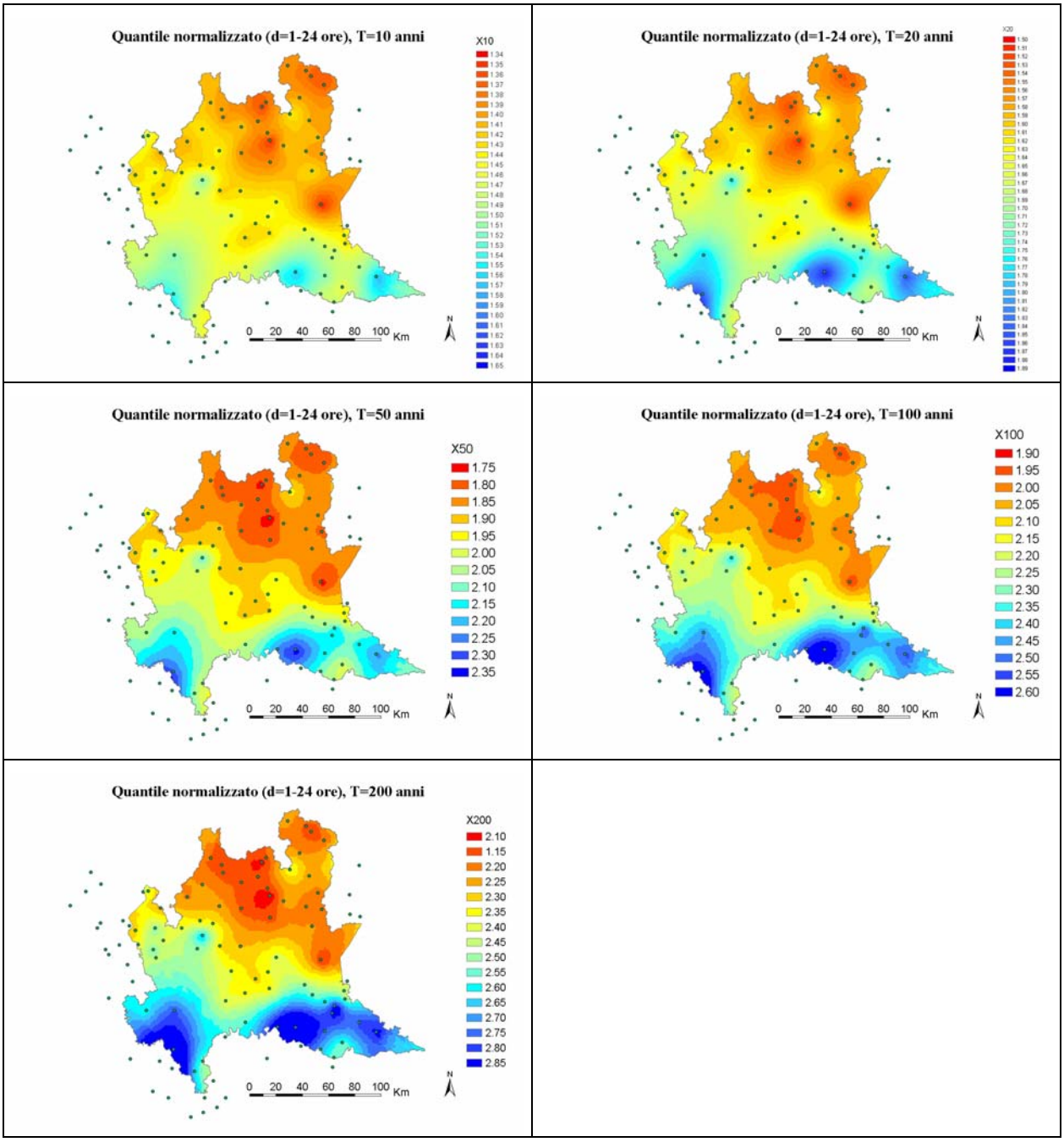



Figura 4.13. Mappe del quantile normalizzato per le durate 1-24 ore e per i periodi di ritorno T = 2, 5, 10, 20, 50, 100 e 200 anni, ottenute spazializzando il quantile normalizzato stimato nei punti di misura.

## 4.2. Spazializzazione dei parametri della LSPP per precipitazioni di durata compresa tra 1 e 5 giorni

Analogamente a quanto fatto per le precipitazioni intense e di durata compresa tra 1 e 24 ore, si forniscono le mappe dei parametri della linea segnalatrice per piogge di durata compresa fra 1 e 5 giorni, Figure 4.14-4.18 e le mappe del quantile normalizzato spazializzando direttamente il quantile calcolato nelle stazioni di misura per i periodi di ritorno T = 2, 5, 10, 20, 50, 100 e 200 anni, Figura 4.19.

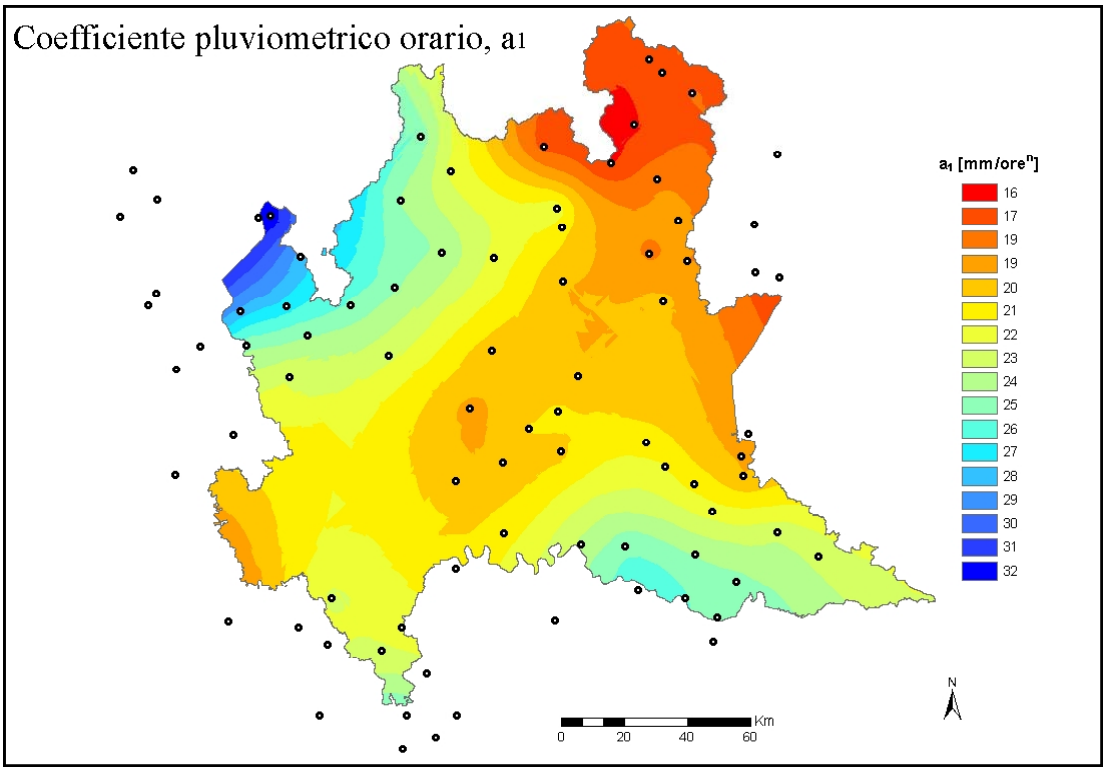



Figura 4.14. Mappa del coefficiente pluviometrico orario $a_1$, con riferimento alle durate comprese tra 1 e 5 giorni.

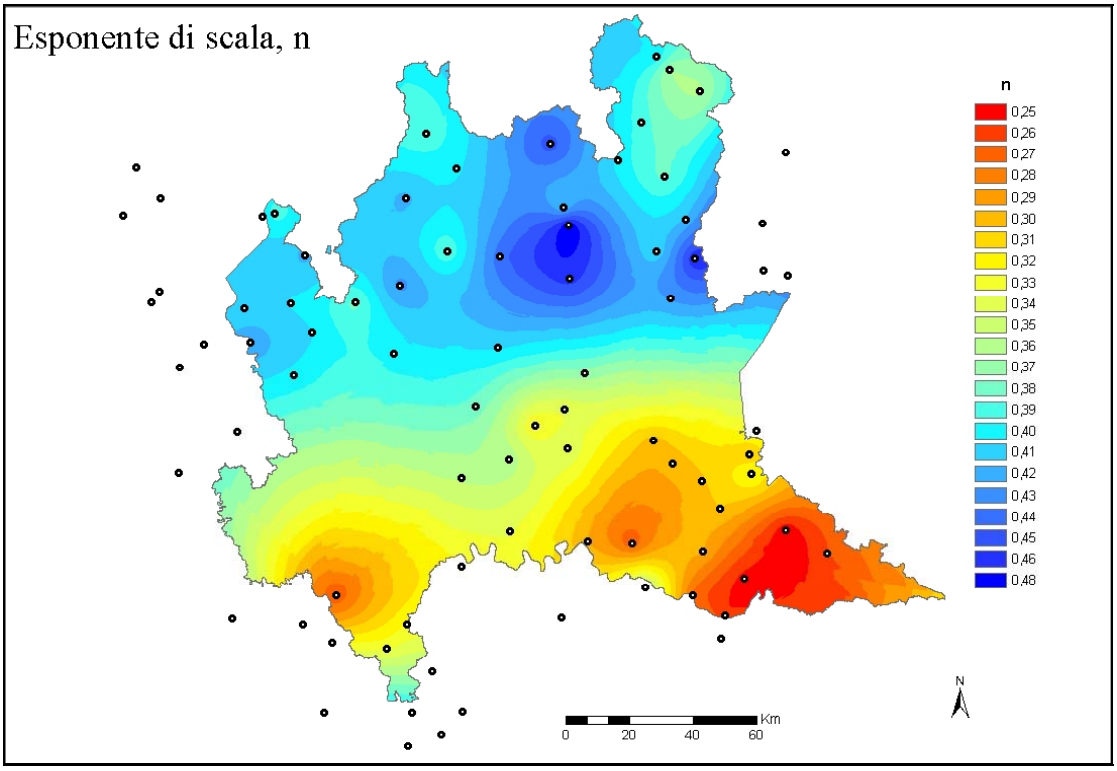



Figura 4.15. Mappa dell'esponente *n*, con riferimento alle durate comprese tra 1 e 5 giorni.

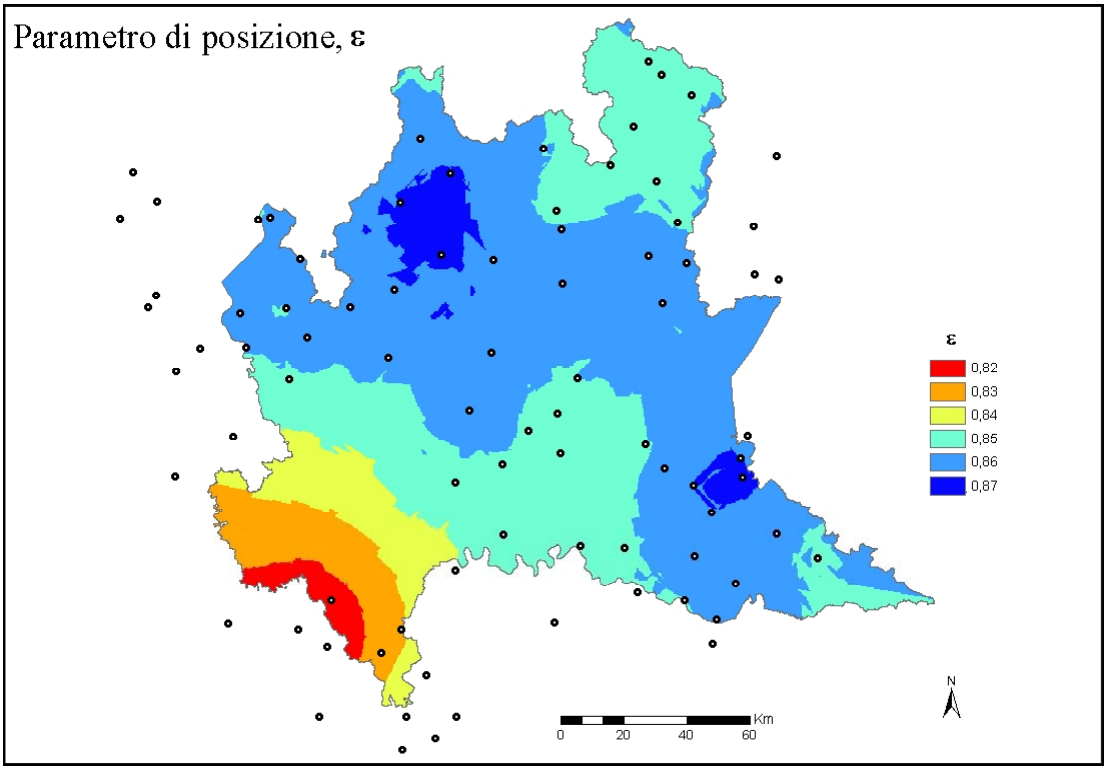



Figura 4.16. Mappa del parametro di locazione ε, con riferimento alle durate comprese tra 1 e 5 giorni.

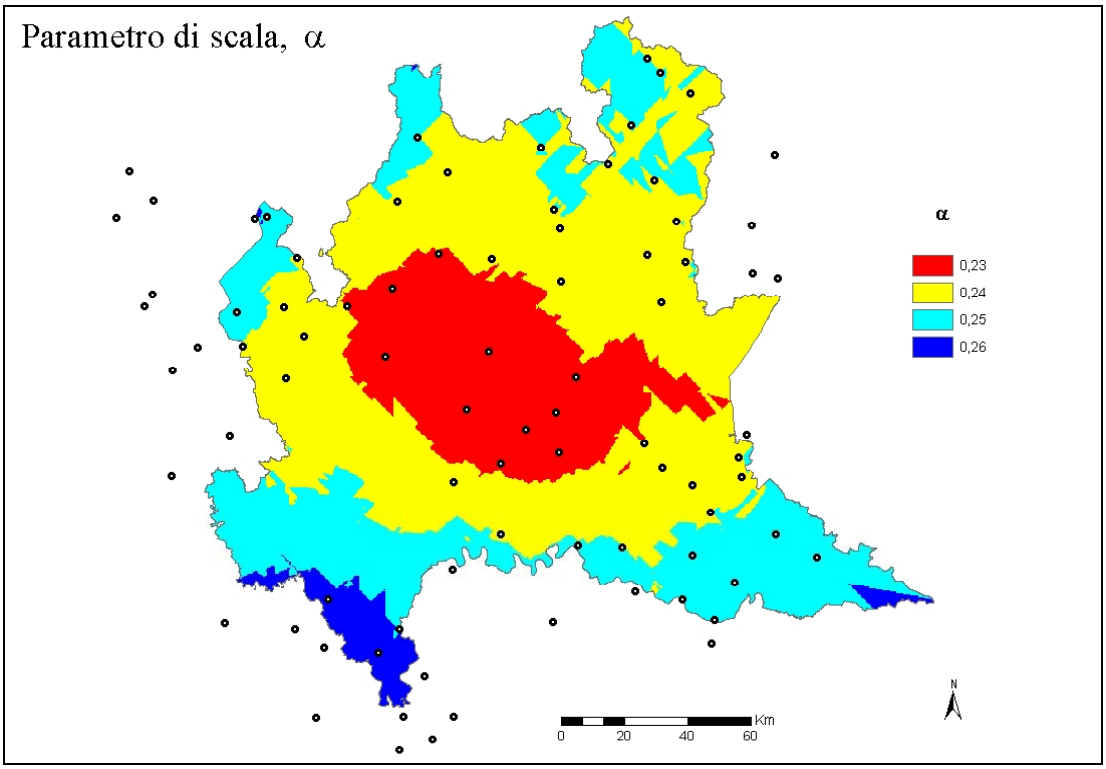



Figura 4.17. Mappa del parametro di scala α, con riferimento alle durate comprese tra 1 e 5 giorni.

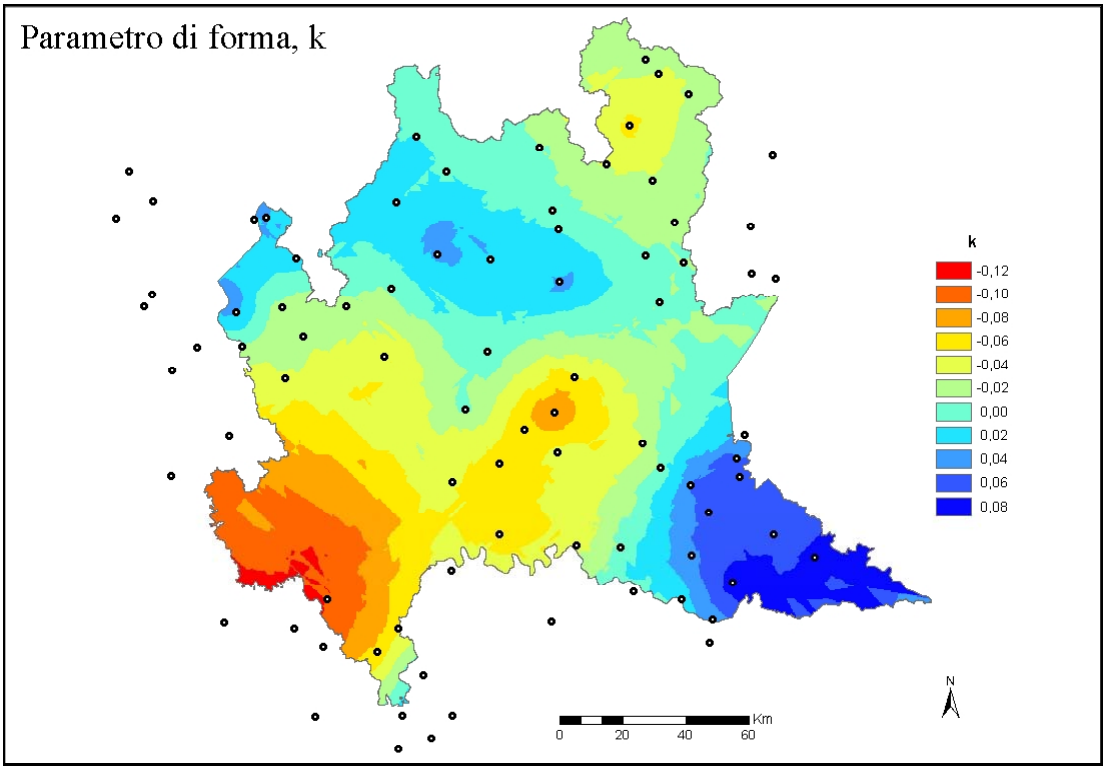
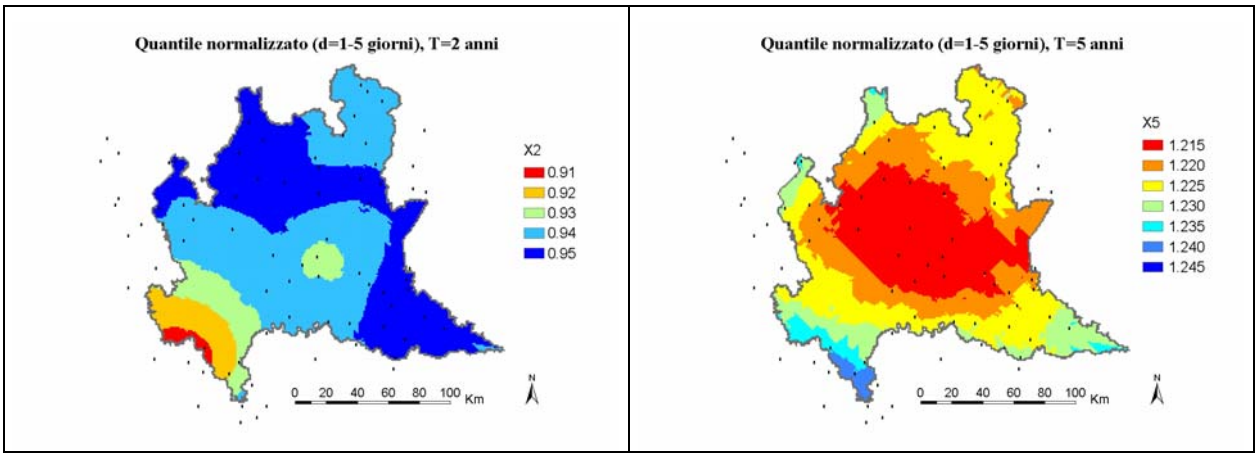



Figura 4.18. Mappa del parametro di forma κ, con riferimento alle durate comprese tra 1 e 5 giorni.



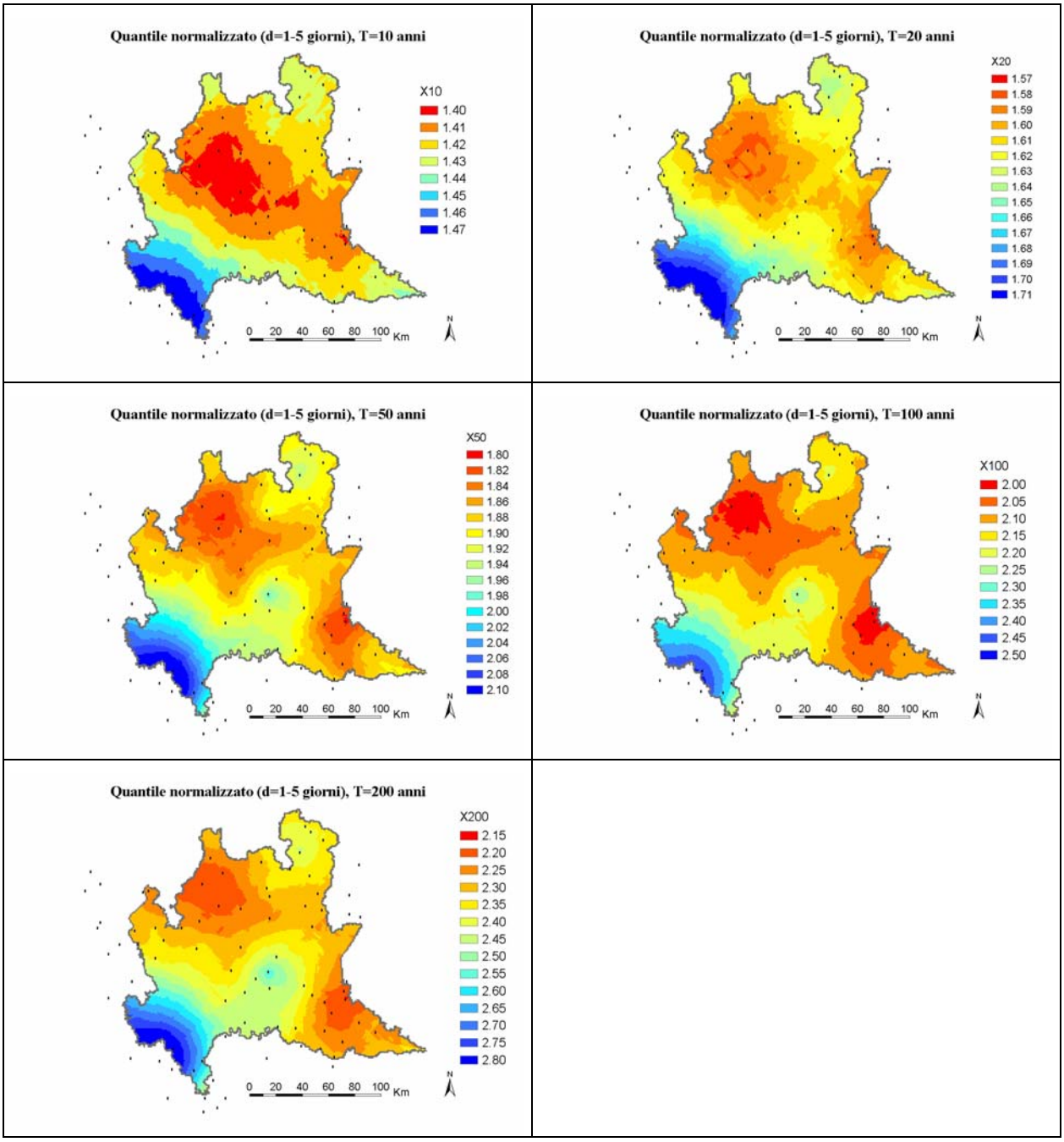



Figura 4.19. Mappe del quantile normalizzato per le durate 1-5 giorni e per i periodi di ritorno T = 2, 5, 10, 20, 50, 100 e 200 anni, ottenute spazializzando il quantile normalizzato stimato nei punti di misura.

# 5. Ragguaglio della Precipitazione all'Area di un Bacino

## 5.1. Attenuazione dei nubifragi

Le metodologie descritte nei paragrafi precedenti consentono di determinare la pioggia di progetto in un punto dello spazio, che, di norma, coincide con la localizzazione di una stazione pluviografica e che, secondo un'ipotesi verosimile a patto che la rete pluviometrica sia correttamente costruita ed il campo di precipitazione sia stazionario, viene fatto coincidere con il centro di scroscio. A causa dell'elevata variabilità spaziale del fenomeno meteorico, il volume affluito complessivamente sopra un certo bacino di drenaggio risulta tuttavia minore di quello che si otterrebbe distribuendo uniformemente sull'area del bacino stesso l'altezza di precipitazione caduta nel centro di scroscio. Questa circostanza indica la necessità di ragguagliare all'area di interesse il valore dell'altezza di pioggia calcolato nel centro di scroscio per un assegnato periodo di ritorno.

Nella letteratura tecnico-scientifica il problema del ragguaglio spaziale è stato generalmente affrontato in modo empirico, come dimostrano molte delle metodologie proposte e, soprattutto, le tecniche di usuale impiego pratico. In generale, la soluzione del problema viene condotta introducendo un fattore di riduzione, con cui viene riscalato il quantile $h_T(D)$ stimato a scala locale. In base alla dimensione del bacino ed alla forma delle isoiete, nonché alla durata presa in considerazione ed alla frequenza od al periodo di ritorno di progetto, viene stimato il valore del rapporto

$$A\mathrm{RF} = \frac{h_T(D, A)}{h_T(D)} \tag{83}$$

ed il volume di pioggia sul bacino viene calcolato come prodotto $Ah_T(D,A)$, dove $A$ indica la superficie del bacino e $h_T(D, A)$ il quantile $T$-ennale della pioggia ragguagliata su tale area.

## 5.2. Leggi empiriche di riduzione

In linea generale, il valore di *ARF* dipende da tre fattori, ossia (*i*) la superficie e la forma dell'area investita dal nubifragio, (*ii*) la durata presa in considerazione e (*iii*) il periodo di ritorno esaminato.

I primi tentativi di soluzione del problema prendevano in considerazione soltanto il primo dei tre fattori. Ad esempio, la formula di Fruhling del 1894 [v. *Raudkivi*, 1979, p. 90]

$$ARF = 1 - 0.17\, A^{1/4},\ A \le 12^2\pi \approx 452\ \mathrm{Km}^2, \tag{84a}$$

$$ARF = 0.2,\ A > 12^2\pi \approx 452\ \mathrm{Km}^2, \tag{84b}$$

valida per isoiete circolari e superfici in km$^2$, rappresentava l'effetto di riduzione con una semplice legge di potenza. Altri autori [cfr. *Raudkivi*, 1979, p. 91] hanno invece suggerito di adottare forme esponenziali del tipo

$$ARF = \exp( - \alpha_1 \, \alpha_1 \, A^{1/2}), \tag{85}$$

dove $\alpha_1$ indica un fattore di scala dello smorzamento e $\alpha_2$ un fattore di forma delle isoiete ($\pi^{-1/2}$ nel caso di isoiete circolari).

Tecniche introdotte in seguito hanno considerato congiuntamente i primi due fattori sopra indicati, ossia l'area del bacino e la durata [v. *World Meteorological Organization*, 1983]. Tra queste, l'attenuazione empirica delle piogge areali indicata dagli studi del *U.S. Weather Bureau* [1958] può essere interpolata [Eagleson, 1972] con una espressione di tipo esponenziale per l'area, mista ad una legge di potenza per la durata, ossia

$$ARF = 1 - \exp( - 1.1 \, D^{1/4}) + \exp( - 1.1 \, D^{1/4} - 0.01 \, A), \tag{86}$$

con $A$ in miglia, $D$ in ore ed i coefficienti numerici sono stati stimati per la costa orientale degli Stati Uniti (cfr. *Eagleson*, 1972). Per la Gran Bretagna l'Institute of Hydrology di Wallingford propone una formula del tipo

$$ARF = 1 - \Phi_1 D^{\Phi_2}, \tag{87}$$

dove $\Phi_1$ e $\Phi_2$ sono funzioni dell'area considerata (*Natural Environmental Research Council*, 1975). Una soddisfacente interpolazione delle valutazioni si ottiene anche con la più semplice relazione

$$ARF = \left(1 + \varpi A^a D^{-b}\right)^{-c}, \tag{88}$$

i cui parametri, stimati in base alle curve di attenuazione relative al più esteso campione di dati sperimentali tuttora disponibile e riportate dal Flood Studies Report[15] dello stesso Natural Environmental Research Council britannico, sono pari a $\varpi = 0.02$, $a = 0.37$, $b = 0.48$ e $c = 2$, per $D$ espresso in ore ed $A$ in Km$^2$; quindi, il fattore di attenuazione risulta

$$ARF = \left(1 + \varpi A^{0.37} D^{-0.48}\right)^{-2}, \tag{89}$$

con $D$ in ore ed $A$ in Km$^2$, e dipende dal sito idrografico in esame.

A questa impostazione si possono anche far risalire le relazioni tradizionalmente impiegate in Italia, che prevedono di modificare il coefficiente e l'esponente della linea segnalatrice di probabilità pluviometrica locale tramite funzioni monomie o polinomiali dell'area di interesse. L'antico metodo italiano porge il fattore di riduzione, quale rapporto tra le linee segnalatrici di probabilità pluviometrica areale e locale, entrambe scala-invarianti, nella forma generale

$$ARF = \left(1 + a_1 A^{b_1} + a_2 A^{b_2}\right) D^{a_3 A^{b_3}}, \tag{90}$$

[15] Cfr. NERC, "Flood Studies Report", 5 vol., Natural Environmental Research Council, London, 1975.

dove i parametri $\alpha_1$, $\beta_1$, $\alpha_2$, $\beta_2$, $\alpha_3$ e $\beta_3$ sono stati stimati sulla base dei dati osservati per determinate aree geografiche. In particolare, vengono riportati in Tabella 5.1 i valori di tali parametri ricavati da Columbo e Puppini (v. *Supino*, 1964, p.117 e ss.) rispettivamente per l'area di Milano e per quella della Bonifica Renana. Per valori di $A$ superiori ad una certa soglia, la (90) perde di consistenza, poichè essa verrebbe a porgere valori superiori all'unità e, di conseguenza, le piogge areali verrebbero addirittura a superare quelle nel centro di scroscio, e, quindi non ha più validità.

Tabella 5.1. Valori empirici dei parametri della legge di riduzione all'area secondo l'antico metodo italiano. Le aree sono misurate in Km$^2$ per la scala oraria, dove $D$ è in ore; in unità di 100 Km$^2$ per la giornaliera, con $D$ in giorni.

| **Parametro** | **Scala Oraria** (dati di Milano) $A \leq 15$ Km$^2$ | | **Scala Giornaliera** (dati della Bonifica Renana) $A \leq 600$ Km$^2$ |
|---|---|---|---|
| | [Columbo] | [Puppini] | [Puppini] |
| $\alpha$ | -0.06 | -0.052 | -0.084 |
| $\beta_1$ | 0.4 | 1 | 1 |
| $\alpha_2$ | 0 | 0.002 | 0.007 |
| $\beta_2$ | 0 | 2 | 2 |
| $\alpha_3$ | 0.003 | 0.0175 | 0.014 |
| $\beta_3$ | 0.6 | 1 | 1 |

Un'altra, più recente, formulazione empirica del fattore di riduzione è stata proposta da Moisello & Papiri (1986) in base allo studio di un'area di circa 1000 Km$^2$ centrata sulla città di Milano, per durate da 15 minuti a 12 ore. Tale formulazione prevede

$$ARF = 1 - \exp\left[-2.472 A^{-0.242} D^{0.6-\exp\left(-0.643 A^{0.235}\right)}\right] . \tag{91}$$

L'influenza non trascurabile del periodo di ritorno sulla valutazione del fattore di riduzione è stata provata soltanto recentemente (cfr., p.es., *Stewart,* 1989). Non sono state tuttavia proposte in letteratura formulazioni empiriche capaci di tenere conto congiuntamente dell'effetto della superficie, della durata e della frequenza. Soltanto il metodo grafico di *Roche* [1963] tiene in qualche modo conto della probabilità associata alla precipitazione da ragguagliare, ma il suo impiego, che va condotto per ogni durata di interesse, risulta alquanto laborioso e presenta alcuni aspetti di soggettività da parte dell'operatore.

È immediato realizzare come tutte queste formule racchiudano in sè notevoli limiti, dovuti, in primo luogo, all'impossibilità di estrapolare i valori dei parametri a zone geografiche soggette a regimi pluviometrici differenti da quelli di taratura; ma il difetto

maggiore sta nell'impossibilità di generalizzare la validità della loro formulazione, in quanto la loro struttura utilizza leggi affatto empiriche, prive di un qualunque supporto teorico.

### 5.3. Modello auto-affine

L'introduzione, negli ultimi anni, del concetto di invarianza di scala in senso statistico ha permesso di migliorare le conoscenze sulla variabilità spazio-temporale dei processi idrologici, in particolare dei campi di precipitazione. Poiché il fattore di riduzione areale e le linee segnalatrici areali riflettono le proprietà di scala del campo di precipitazione, è possibile una formulazione scala invariante del fattore di riduzione areale delle precipitazioni.

#### *Definizioni*

Sia $X(t, \upsilon_x, \upsilon_y)$ il processo stocastico, continuo nel tempo $t \in [0, +\infty)$, e nello spazio, $\boldsymbol{\upsilon} \equiv (\upsilon_x, \upsilon_y) \in \boldsymbol{\Omega}$, con cui viene rappresentata l'intensità di precipitazione nell'istante t in un punto $\boldsymbol{\upsilon}$ dello spazio. Integrando tale processo, si ottiene

$$V(t, \upsilon_x, \upsilon_y; D, A) = \frac{1}{AT} \int_{\upsilon_x - \sqrt{A}/2}^{\upsilon_x + \sqrt{A}/2} d\omega_x \int_{\upsilon_y - \sqrt{A}/2}^{\upsilon_y + \sqrt{A}/2} d\omega_y \int_{t-T/2}^{t+T/2} X(\xi, \omega_x, \omega_y) d\xi \tag{92}$$

che rappresenta l'intensità media di precipitazione nell'intervallo temporale $D$ e spaziale $A$ centrato nel punto $(t, \upsilon_x, \upsilon_y)$. Sia, poi, $I(D, A)$ il massimo di $V(.)$ in un periodo di osservazione di lunghezza $\Delta\tau$ e nel dominio spaziale $\boldsymbol{\Omega}$ preso in esame, ossia

$$I(D, A) = \underset{\substack{0 < t \le \Delta\tau \\ \upsilon \in \Omega}}{\text{Max}}\, V(t, \upsilon; D, A). \tag{93}$$

Se si pone $\Delta\tau = 1$ anno, $I(D, A)$ rappresenta il massimo annuale di intensità media di precipitazione per una durata temporale $D$ e su un'area $A$.

Il fattore di riduzione areale, *ARF*, viene definito dal rapporto

$$ARF(T, A) = \frac{I(D, A)}{I(D, A_0)}, \tag{94}$$

tra l'intensità media areale $I(D, A)$ nella durata $D$ e l'intensità di precipitazione locale $I(D, A_0)$ corrispondente generalmente all'intensità media su un'area, $A_0$, piccola ma finita, pari a quella della bocca del pluviografo registratore e medesima durata. In maniera analoga, si può formalizzare il problema in termini di altezza di precipitazione; poiché $H(D, A) = I(D, A)D$, si ha

$$ARF(D, A) = \frac{H(D, A)}{H(D, A_0)}. \tag{95}$$

### *Autosomiglianza dinamica e auto-affinità statistica*

Quando le scale spaziali, $L_i$ e $L_j$ e le scale temporali, $D_i$ e $D_j$, di una grandezza fisica sono legate da una legge di potenza del tipo

$$D_i/D_j = (L_i/L_j)^{\varepsilon} \tag{96}$$

tale grandezza è caratterizzata da invarianza di scala in senso dinamico o autosomiglianza dinamica e l'esponente ε è chiamato esponente di scala dinamico.

Questa proprietà può essere interpretata come un'estensione della tradizionale similitudine idraulica; per esempio, quando le forze viscose sono dominanti, il numero di Reynolds si mantiene costante nel passaggio da scala *i*-esima alla scala *j*-esima e l'esponente ε è pari a 2; se invece le forze di inerzia sono dominanti, il numero di Froude si mantiene costante e l'esponente ε è pari a 0.5. Sapozhnikov e Foufoula-Georgiou (1997) e Foufoula-Georgiou e Sapozhnikov (1998) hanno utilizzato tale concetto in senso statistico per studiare l'evoluzione dei meandri fluviali. Recentemente, invece, De Michele e Rosso (1999) e Venugopal et al. (1999) hanno mostrato la presenza di scaling dinamico in senso statistico nella struttura dei campi di precipitazione.

Sia $\{I(.)\}$ un campo aleatorio rappresentato dalla variabile $I$ parametrizzata nel tempo e nello spazio attraverso il vettore $(D,A)$. Per semplicità di trattazione, la variabilità spaziale viene rappresentata attraverso la sola coordinata $A$, ipotizzando, quindi, un comportamento isotropo del campo aleatorio nello spazio. Si assuma, inoltre, che il campo $\{I(.)\}$ goda della proprietà di invarianza di scala in senso dinamico, ovvero, per ogni coppia $A_i$ e $A_j$ sia possibile riscalare la durata attraverso la relazione

$$\frac{D_i}{D_j} = \left(\frac{A_i}{A_j}\right)^z \tag{97}$$

dove $z$ è l'esponente di scala dinamico. Introducendo i rapporti $\lambda = A_i/A_j$ e $\eta = D_i/D_j$ l'eq.ne (97) può essere scritta come

$$\eta = (\lambda)^z . \tag{98}$$

L'eq.ne (98) consente di riscalare $I(\eta D, \lambda A)$ in funzione del solo rapporto λ $I(\lambda^z D, \lambda A) = I_\lambda(D, A)$, e quindi, di trattare il problema bidimensionale parametrizzato dai rapporti $\lambda$ e $\eta$ come un problema monodimensionale parametrizzato dal solo rapporto $\lambda$.

Introducendo, poi, il concetto di invarianza di scala semplice, in senso statistico (Gupta e Waymire, 1990), e combinandolo con il concetto di autosomiglianza dinamica è possibile addivenire alla definizione di auto-affinità statistica (statistical self-affinity). Infatti, se $\forall\lambda$ esiste una funzione di scala $C_\lambda>0$ tale che

$$\{ C_\lambda I(\lambda^a D, \lambda^b A)\} \overset{d}{=} \{I(D, A)\} \tag{99}$$

dove il simbolo $\overset{d}{=}$ rappresenta l'uguaglianza in probabilità, $a$ e $b$ due esponenti di scala positivi legati dalla relazione $a = b\times z$, allora il campo aleatorio è auto-affine in senso

statistico. Una funzione di scala che soddisfa l'eq.ne (99) è la legge di potenza, $C_\lambda = \lambda^\alpha$ dove l'esponente α, costante, è chiamato esponente di Hölder, (Lamperti, 1962). L'eq.ne (99) diventa

$$\{I(\lambda^a D, \lambda^b A)\} \overset{d}{=} \lambda^{-\alpha}\{I(D, A)\}. \tag{100}$$

Per rispettare la trasformazione (100) $I(.)$ deve avere una forma del tipo (Teorema 2.2, p.453, Logan, 1987)

$$I(D, A) = D^{-\alpha/a} f\left(\frac{A^a}{D^b}\right) \tag{101}$$

dove $f(.)$ è una funzione di scala, la cui forma è derivabile dall'analisi delle sue proprietà asintotiche. Eq.ne (101) definisce quindi la forma generica della "superficie" $I(D, A)$ in seguito ad una trasformazione auto-affine.

### *Formulazione scala invariante del fattore di riduzione areale e della linea segnalatrice areale*

Particolarizzando il campo aleatorio $\{I(.)\}$ con il campo di precipitazione, rappresentato dalla variabile $I$ intensità di precipitazione, e parametrizzato nel tempo e nello spazio attraverso il vettore $(D, A)$, l'eq.ne (100) che regola la trasformazione auto-affine può essere centrata, in maniera del tutto generale, rispetto all'area, $A_0$, del pluviografo registratore come

$$\{I(\lambda^a D, \lambda^b A + A_0)\} \overset{d}{=} \lambda^{-\alpha}\{I(D, A + A_0)\} \tag{102}$$

con $A \geq 0$ e $T \geq 0$.

La forma della funzione di scala, $f(A^a/D^b)$, viene ottenuta in base all'analisi del suo comportamento asintotico. Infatti per $A \to 0$, l'intensità di precipitazione, $I(D, A+A_0)$, tende all'intensità di precipitazione registrata dal pluviografo $I(D, A_0)$ e, di conseguenza, la funzione di scala $f(.) \to a_1$, che indica l'intensità di precipitazione locale per durata unitaria. Per $A \to \infty$, l'intensità di precipitazione media areale tende a zero e quindi $f(.) \to 0$. Per $D \to \infty$, l'intensità di precipitazione è uniforme e la funzione di scala $f(.) \to a_1$. Di conseguenza la forma della funzione di scala, $f(.)$, è del tipo $f\left(\frac{A^a}{D^b}\right) = a_1\left(1 + \varpi \frac{A^a}{D^b}\right)^{-\beta}$, dove $\beta > 0$ è un esponente di scala, costante e ϖ è un fattore di normalizzazione espresso in $h^b km^{-2a}$. A sua volta, l'esponente $\beta$ è legato agli esponenti α, $a$, $b$ dalla relazione $\beta \approx \frac{\alpha}{ab}$ secondo quanto osservato da Barabàsi e Stanley (1995), p. 25. L'eq.ne (101) diventa

$$I(D, A + A_0) = a_1 D^{-\alpha/a}\left(1 + \varpi \frac{A^a}{D^b}\right)^{-\frac{\alpha}{ab}}. \tag{103}$$

Si può notare come la (103) esprima una forma generalizzata di linea segnalatrice di probabilità pluviometrica, poiché si può scrivere

$$I(D, A+A_0) = a_1 T^{-\nu}\left[1+\varpi\left(\frac{A^z}{D}\right)^b\right]^{-\frac{\nu}{b}} \tag{104}$$

avendo posto $\nu=\alpha/a$, o in maniera equivalente in termini di altezza media di precipitazione $H(.)$ come

$$H(D, A+A_0) = a_1 T^{n}\left[1+\varpi\left(\frac{A^z}{D}\right)^b\right]^{\frac{n-1}{b}} \tag{105}$$

dove $n=1-\nu$. A scala locale si ottiene infatti la tradizionale forma scala invariante $H = a_1 D^n$, mentre il ragguaglio all'area comporta l'introduzione di un termine moltiplicativo simile a quello proposto su base empirica già agli inizi del XX secolo da Columbo e da Puppini (cfr. Supino, 1965, pp.117-121).

Dall'eq.ne (11) ponendo $A$=0 si ottiene

$$\{I(\lambda D, A_0)\} \overset{d}{=} \lambda^{-\alpha/a}\{I(D, A_0)\} \tag{106}$$

e in maniera del tutto analoga l'eq.ne in termini di quantili $i_F(\lambda D, A_0)=\lambda^{-\alpha/a}\, i_F(D, A_0)$ che regola la variabilità temporale della precipitazione locale, $I(D, A_0)$, in altri termini, rappresenta la linea segnalatrice di possibilità climatica definita in senso probabilistico (Burlando e Rosso, 1996). Combinando poi l'eq.ne (102) con l'eq.ne (106) si ottiene

$$\{ARF(\lambda^a T, \lambda^b A+A_0)\} \overset{d}{=} \{ARF(T, A+A_0)\} \tag{107}$$

o in termini di quantili, $ARF_F(\lambda^a D, \lambda^b A+A_0)=ARF_F(D, A+A_0)$. L'eq.ne (107) esprime l'invarianza della distribuzione di probabilità del fattore di riduzione areale in seguito ad una trasformazione auto-affine. Dalla eq.ne (107), e ricordando che $a = b\times z$, si ha che, nel piano bi-logaritmico Log$A$-Log$D$, le iso-$ARF$ sono delle rette di coefficiente angolare $z$, esponente di scala dinamico. Dall'eq.ne (104), inoltre, si ottiene la variabilità del fattore di riduzione areale con l'area e la durata

$$ARF(D, A+A_0) = \left[1+\varpi\left(\frac{A^z}{D}\right)^b\right]^{-\frac{\nu}{b}} \tag{108}$$

da cui

$$D = \left(\frac{\varpi}{ARF^{-b/\nu}-1}\right)^{1/b} A^z \tag{109}$$

che consente di tracciare le iso-ARF nel piano Log$A$ - Log$D$ una volta noti i parametri $\varpi$, $b$, $z$ e $\nu$. In Figura 5.1 vengono diagrammate le iso-ARF, in Figura 5.2 la funzione di

riduzione areale della precipitazione rispetto al rapporto $A^z/D$, ponendo $\varpi = 0.09$ $h^b/km^{2a}$, $b = 0.540$, $z = 1$ e $\nu = 0.484$.

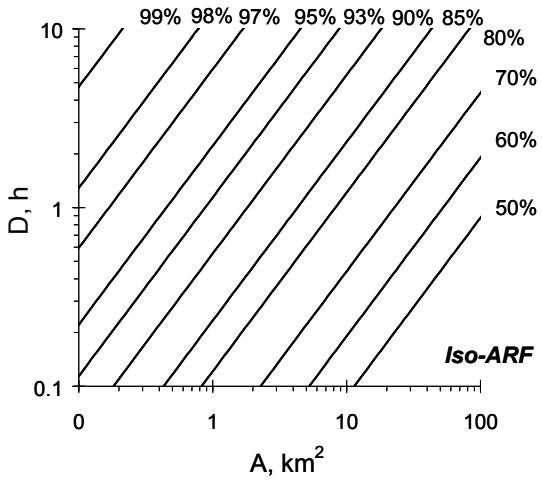



Figura 5.1. Le iso-*ARF* nel piano Log*A* - Log*D* sono rappresentate da rette di coefficiente angolare z.

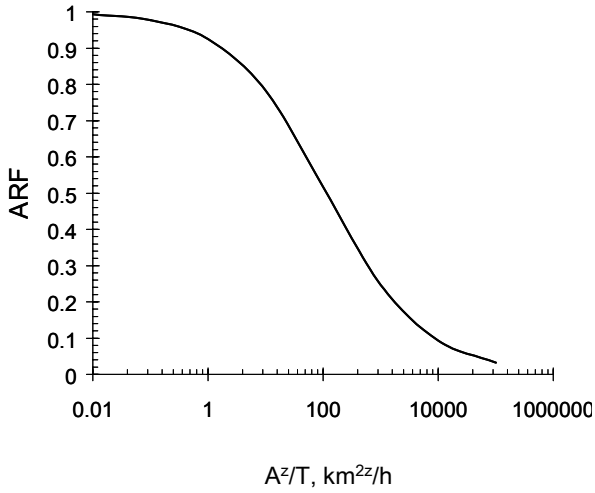



Figura 5.2. Attenuazione spaziale della precipitazione mediante il modello proposto in eq.ne (108).

# 6. Conclusioni e sviluppi futuri

In sintesi, il presente lavoro fornisce un inquadramento metodologico al calcolo delle linee segnalatrici di possibilità sia in siti strumentati che in siti privi di misure, nonché alcuni prodotti di immediato interesse applicativo:

-Linee segnalatrici di possibilità pluviometrica per le durate comprese tra 1 e 24 ore nei 105 siti strumentati ove sono disponibili osservazioni pluviometriche di breve durata;

-Linee segnalatrici di possibilità pluviometrica per le durate comprese tra 1 e 5 giorni nei 83 siti strumentati ove sono disponibili osservazioni pluviometriche di lunga durata;

-Mappe dei parametri $a_1$, $n$, $\varepsilon$, $\alpha$, e $\kappa$ delle linee segnalatrici di possibilità pluviometrica per le durate comprese tra 1 e 24 ore per l'intero territorio lombardo;

-Mappe dei parametri $a_1$, $n$, $\varepsilon$, $\alpha$, e $\kappa$ delle linee segnalatrici di possibilità pluviometrica per le durate comprese tra 1 e 24 ore per l'intero territorio lombardo;

-Mappe del quantile normalizzato $w_T$ per periodi di ritorno T=2, 5, 10, 20, 50, 100 e 200 anni relativamente a durate comprese tra 1 e 24 ore.

-Mappe dei parametri $a_1$, $n$, $\varepsilon$, $\alpha$, e $\kappa$ delle linee segnalatrici di possibilità pluviometrica per le durate comprese tra 1 e 5 giorni per l'intero territorio lombardo;

-Mappe del quantile normalizzato $w_T$ per periodi di ritorno T=2, 5, 10, 20, 50, 100 e 200 anni relativamente a durate comprese tra 1 e 5 giorni.

A corollario occorre mettere in evidenza

i) la vastità geografica dell'area considerata, l'intero territorio lombardo occupante un'area di poco inferiore ai 24 mila $Km^2$;

ii) la notevole mole di lavoro richiesta dall'aggiornamento (fino al 2001) delle 105 serie storiche pluviometriche disponibili.

Sviluppi futuri riguarderanno

a) lo studio delle dipendenze tra i parametri delle linee segnalatrici e caratteristiche morfologiche del territorio attraverso un metodo di spazializzazione più sofisticato denominato cokriging.

b) lo studio della variabilità spaziale della precipitazione e la valutazione delle caratteristiche spazio-temporali delle precipitazioni intense, ai fini della parametrizzazione di un modello auto-affine per la stima delle LSPPA (linea segnalatrice di probabilità pluviometrica areale).

# 7. Riferimenti Bibliografici


BURLANDO, P. & R. ROSSO, Scaling and multiscaling models of depth-duration-frequency curves of storm precipitation, *Journal of Hydrology*, Vol. 187, p.45-64, 1996.

CONATI, L., BACCHI, B., MEI, X. & R. ROSSO, Variation of spatial rainfall correlation pattern with different time aggregations, Atti XXII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Cosenza, 4-7 ottobre, Vol.3, pp.113-127, 1990.

DE MICHELE, C., E R., ROSSO, Self-affine and multi-affine concepts to model the space-time variability of extreme storm precipitation, Geophysical Research Abstracts, 24th General Assembly, Nonlinear Geophysics and Natural Hazards, Vol.1,n°4, p.766, 1999.

EAGLESON, P.S., *Dynamic Hydrology*, McGraw-Hill, New York, 1970.

FEDERICI, G. & R. ROSSO, Digitizing chart analogue recorded rainfall data, WMO HOMS Component no.H26.2.03, Pubbl. Dip. Ingegneria Civile, Firenze, no.1/84, 44pp., 1984.

FOUFOULA-GEORGIOU, E., E V. B:, SAPOZHNIKOV, Anisotropic scaling in braided rivers: An integrated theoretical framework and results from application to an experimental river, Water Resour. Res. 34(4) 863-867, 1998.

GUPTA, V.K., E E., WAYMIRE, Multiscaling Properties of Spatial Rainfall and River Flow Distributions, J. Geophys. Res. 95(D3) 1999-2009, 1990.

KOTTEGODA, N.T. & R. ROSSO, *Statistical, Probability and Reliability Methods for Civil and Environmental Engineers*, McGraw-Hill, New York, 1997.

LAMPERTI, J., Semi-stable stochastic processes, Trans. Am. Math. Soc., 104, 62-78, 1962.

LOGAN, J.D., Applied Mathematics: A contemporary approach, Wiley, New York, 1987.

MOISELLO, U. AND S. PAPIRI, Relation between areal and point rainfall depth (in italian), *Proc. XX Congress "Idraulica e Costruzioni Idrauliche"*, Padua, 8-10 September, 1986.

NATURAL ENVIRONMENTAL RESEARCH COUNCIL, *Flood Studies Report*, NERC Publication, London, 1975.

RANZI, R., ROSSO, R., BACCHI, B., SALVADORI, G., SCHERTZER, D., & S. LOVEJOY, Investigating multifractal features of a stochastic model of rainfall field in the space-time domain (abstract), Proceedings XVII General Assembly European Geophysical Society, Weisbaden, May 3-7, *Annales Geophysicae*, Vol.11, Part II, Suplement II, p.C305, 1993.

RAUDKIVI, A.J., *Hydrology,* Pergamon Press, Oxford, 1979.

ROCHE, M., *Hydrologie de Surface*, Gauthier-Villars, Paris, 1966.

ROSSO, R. & P. BURLANDO, Scale invariance in temporal and spatial rainfall (abstract), Proceedings XV General Assembly European Geophysical Society, Copenhagen, April 23-27, *Annales Geophysicae*, Special Issue, p.145, 1990.

SAPOZHNIKOV, V.B., E E., FOUFOULA-GEORGIOU, Experimental evidence of dynamic scaling and indications of self-organized criticality in braided rivers, Water Resour. Res. 33(8) 1983-1991, 1997.

STEDINGER, J.R., Fitting Log Normal distributions to hydrologic data, *Water Resources Research*, Vol.16, no.3, pp.481-490, 1980.

STEDINGER, J.R., VOGEL, R.M. & E. FOUFULA-GEORGIU, Frequency analysis of extreme events, in: *Handbook of Hydrology*, Chapter 18, edited by D.R. Maidment, McGraw-Hill, New York, 1992.

STEWART,E.J., Areal reduction factors for design storm construction: joint use of raingauge and radar data, *IAHS Publ.*, 181, 31-49, 1989.

SUPINO, G., Le reti idrauliche, Patron Ed., Bologna, 1965.

TODOROVIC, P. & J. ROUSSELLE, Some problems of flood analysis, *Water Resources Research*, Vol.7, pp.1144-1150, 1971.

U.S. WEATHER BUREAU, Rainfall intensity-frequency regime, *Technical Report 29*, Washington, D.C., 1958.

VENUGOPAL, V., FOUFOULA-GEORGIU, E., E V., SAPOZHNIKOV, Evidence of dynamic scaling in space-time rainfall, J. Geophys. Res., 104(D24), 31599-31610, 1999.

WMO, Manual for estimation of probable maximum precipitation, *Operational Hydrology Report 1*, World Meteorological Organization Paper n. 332, 1986.